Series : ZXW5Y **SET~1**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/5/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे* *अधिकतम अंक : **80***

*Time allowed : **3** hours* *Maximum Marks : **80***

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।	(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains **38** questions.
(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**	(IV) **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. #

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ**।

(iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।

(iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।

(v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।

(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. यदि $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो A^3 है :

(A) $3\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 125 & 0 & 0 \\ 0 & 125 & 0 \\ 0 & 0 & 125 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 5^3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

2. यदि $P(A \cup B) = 0{\cdot}9$ तथा $P(A \cap B) = 0{\cdot}4$ है, तो $P(\overline{A}) + P(\overline{B})$ है :

(A) $0{\cdot}3$

(B) 1

(C) $1{\cdot}3$

(D) $0{\cdot}7$

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. If $A = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, then A^3 is :

(A) $3\begin{bmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 125 & 0 & 0 \\ 0 & 125 & 0 \\ 0 & 0 & 125 \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 15 & 0 & 0 \\ 0 & 15 & 0 \\ 0 & 0 & 15 \end{bmatrix}$

(D) $\begin{bmatrix} 5^3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$

2. If $P(A \cup B) = 0{\cdot}9$ and $P(A \cap B) = 0{\cdot}4$, then $P(\overline{A}) + P(\overline{B})$ is :

(A) $0{\cdot}3$

(B) 1

(C) $1{\cdot}3$

(D) $0{\cdot}7$

3. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ और $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो निम्नलिखित में से सही कथन है :

(A) केवल AB ही परिभाषित है।
(B) केवल BA ही परिभाषित है।
(C) AB और BA, दोनों ही परिभाषित हैं।
(D) AB और BA, दोनों ही परिभाषित नहीं हैं।

4. यदि $\begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 12 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$ है, तो x का मान है :

(A) 3 (B) 7
(C) ± 7 (D) ± 3

5. यदि $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 ax}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

x = 0 पर संतत है, तो a का मान है :

(A) 1 (B) –1
(C) ± 1 (D) 0

6. यदि $A = [a_{ij}]$ कोटि 3 × 3 का एक विकर्ण आव्यूह है जिसमें $a_{11} = 1$, $a_{22} = 5$ तथा $a_{33} = -2$ है, तो $|A|$ है :

(A) 0 (B) –10
(C) 10 (D) 1

7. $\cot^{-1}\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)$ का मुख्य मान है :

(A) $-\dfrac{\pi}{3}$ (B) $-\dfrac{2\pi}{3}$
(C) $\dfrac{\pi}{3}$ (D) $\dfrac{2\pi}{3}$

8. यदि $\begin{bmatrix} 4+x & x-1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ एक अव्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो x का मान है :

(A) 0 (B) 1
(C) – 2 (D) – 4

3. If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -4 & 3 & 7 \end{bmatrix}$ and $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ -1 & 2 \\ 0 & 5 \end{bmatrix}$, then the correct statement is :

(A) Only AB is defined.

(B) Only BA is defined.

(C) AB and BA, both are defined.

(D) AB and BA, both are not defined.

4. If $\begin{vmatrix} 2x & 5 \\ 12 & x \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & -5 \\ 4 & 3 \end{vmatrix}$, then the value of x is :

(A) 3 (B) 7

(C) ± 7 (D) ± 3

5. If $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin^2 ax}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases}$

is continuous at x = 0, then the value of a is :

(A) 1 (B) –1

(C) ± 1 (D) 0

6. If $A = [a_{ij}]$ is a 3×3 diagonal matrix such that $a_{11} = 1$, $a_{22} = 5$ and $a_{33} = -2$, then $|A|$ is :

(A) 0 (B) –10

(C) 10 (D) 1

7. The principal value of $\cot^{-1}\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$ is :

(A) $-\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{2\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{2\pi}{3}$

8. If $\begin{bmatrix} 4+x & x-1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$ is a singular matrix, then the value of x is :

(A) 0 (B) 1

(C) – 2 (D) – 4

9. यदि $f(x) = \{[x], x \in R\}$ एक महत्तम पूर्णांक फलन है, तो निम्नलिखित में से सही कथन है :

(A) $x = 2$ पर f संतत है परंतु अवकलनीय नहीं है।

(B) $x = 2$ पर f न तो संतत है और न ही अवकलनीय है।

(C) $x = 2$ पर f संतत और अवकलनीय है।

(D) $x = 2$ पर f संतत नहीं है परंतु अवकलनीय है।

10. वक्र $y = -x^3 + 3x^2 + 8x - 20$ की प्रवणता जिस बिंदु पर अधिकतम है, वह है :

(A) (1, –10)   (B) (1, 10)

(C) (10, 1)   (D) (–10, 1)

11. $\int \sqrt{1+\sin x}\, dx$ बराबर है :

(A) $2\left(-\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$ (B) $2\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) + C$

(C) $-2\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$ (D) $2\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$

12. $\int_0^{\pi/2} \cos x . e^{\sin x}\, dx$ बराबर है :

(A) 0   (B) $1 - e$

(C) $e - 1$ (D) e

13. वक्र $y = x|x|$, x-अक्ष, $x = -2$ और $x = 2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{16}{3}$

(C) 0   (D) 8

14. अवकल समीकरण

$$\left(\frac{e^{-2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} - \frac{y}{\sqrt{x}}\right)\frac{dx}{dy} = 1$$

का समाकलन गुणक है :

(A) $e^{-1/\sqrt{x}}$ (B) $e^{2/\sqrt{x}}$

(C) $e^{2\sqrt{x}}$ (D) $e^{-2\sqrt{x}}$

9. If $f(x) = \{[x], x \in R\}$ is the greatest integer function, then the correct statement is :

(A) f is continuous but not differentiable at $x = 2$.

(B) f is neither continuous nor differentiable at $x = 2$.

(C) f is continuous as well as differentiable at $x = 2$.

(D) f is not continuous but differentiable at $x = 2$.

10. The slope of the curve $y = -x^3 + 3x^2 + 8x - 20$ is maximum at :

(A) $(1, -10)$ (B) $(1, 10)$

(C) $(10, 1)$ (D) $(-10, 1)$

11. $\int \sqrt{1+\sin x}\, dx$ is equal to :

(A) $2\left(-\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$ (B) $2\left(\sin\frac{x}{2} - \cos\frac{x}{2}\right) + C$

(C) $-2\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$ (D) $2\left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right) + C$

12. $\int_0^{\pi/2} \cos x . e^{\sin x}\, dx$ is equal to :

(A) 0 (B) $1 - e$

(C) $e - 1$ (D) e

13. The area of the region enclosed between the curve $y = x|x|$, x-axis, $x = -2$ and $x = 2$ is :

(A) $\frac{8}{3}$ (B) $\frac{16}{3}$

(C) 0 (D) 8

14. The integrating factor of the differential equation

$$\left(\frac{e^{-2\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} - \frac{y}{\sqrt{x}}\right)\frac{dx}{dy} = 1 \text{ is :}$$

(A) $e^{-1/\sqrt{x}}$ (B) $e^{2/\sqrt{x}}$

(C) $e^{2\sqrt{x}}$ (D) $e^{-2\sqrt{x}}$

15. अवकल समीकरण

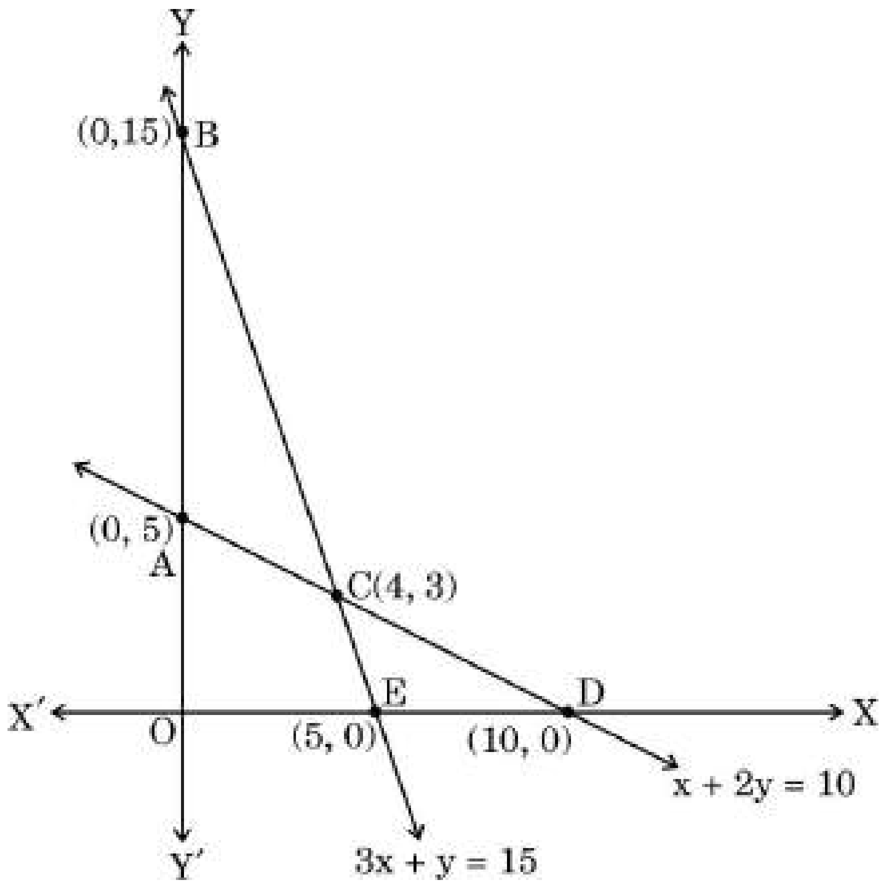
$$\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2}$$

की कोटि और घात का योगफल है :

(A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 4

16. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के लिए, दिया गया उद्देश्य फलन $Z = 3x + 2y$ निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत है :

$x + 2y \le 10$
$3x + y \le 15$
$x, y \ge 0$



सही सुसंगत क्षेत्र है :

(A) ABC (B) AOEC
(C) CED (D) खुला अपरिबद्ध क्षेत्र BCD

17. मान लीजिए $\vec{a}$ एक स्थिति सदिश है जिसका शीर्ष बिंदु (2, – 3) है। यदि $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ है, जहाँ बिंदु A के निर्देशांक (– 4, 5) हैं, तो बिंदु B के निर्देशांक हैं :

(A) (– 2, – 2) (B) (2, – 2) (C) (– 2, 2) (D) (2, 2)

15. The sum of the order and degree of the differential equation

$$\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^3 = \frac{d^2y}{dx^2} \text{ is :}$$

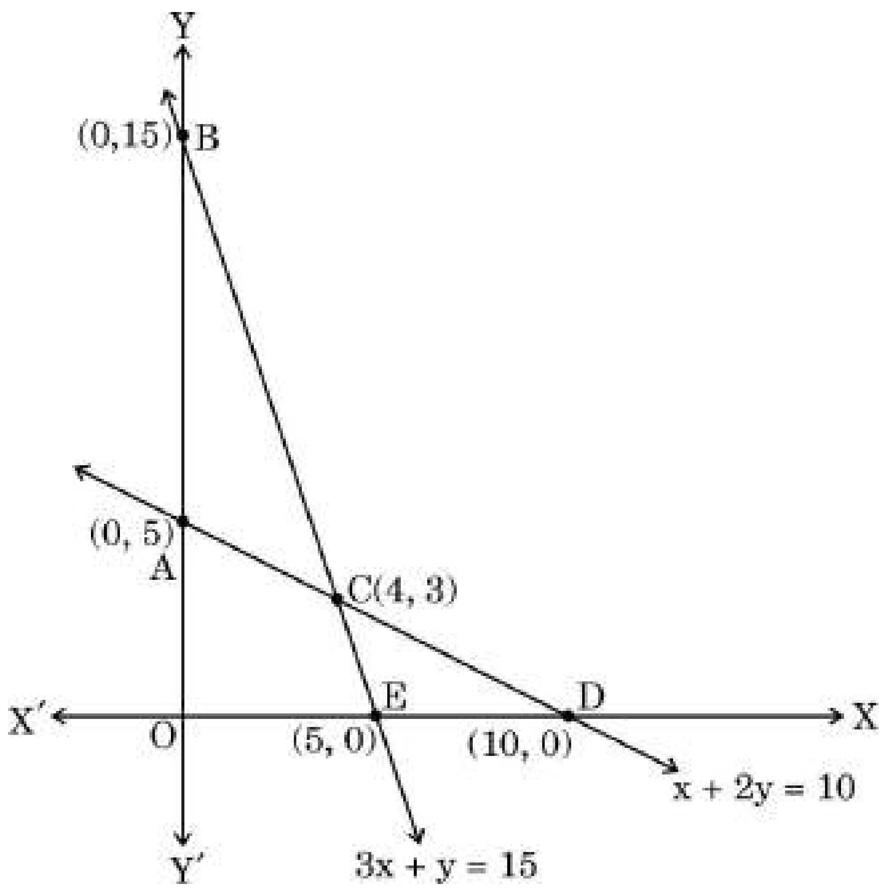
(A) 2 (B) $\frac{5}{2}$ (C) 3 (D) 4

16. For a Linear Programming Problem (LPP), the given objective function $Z = 3x + 2y$ is subject to constraints :

$x + 2y \leq 10$

$3x + y \leq 15$

$x, y \geq 0$



The correct feasible region is :

(A) ABC (B) AOEC

(C) CED (D) Open unbounded region BCD

17. Let $\vec{a}$ be a position vector whose tip is the point (2, – 3). If $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, where coordinates of A are (– 4, 5), then the coordinates of B are :

(A) (– 2, – 2) (B) (2, – 2) (C) (– 2, 2) (D) (2, 2)

18. यदि $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 512$ है और $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$ है, तो $|\vec{a}|$ और $|\vec{b}|$ के मान क्रमशः हैं :

(A) 48 और 16 (B) 3 और 1

(C) 24 और 8 (D) 6 और 2

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं, जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

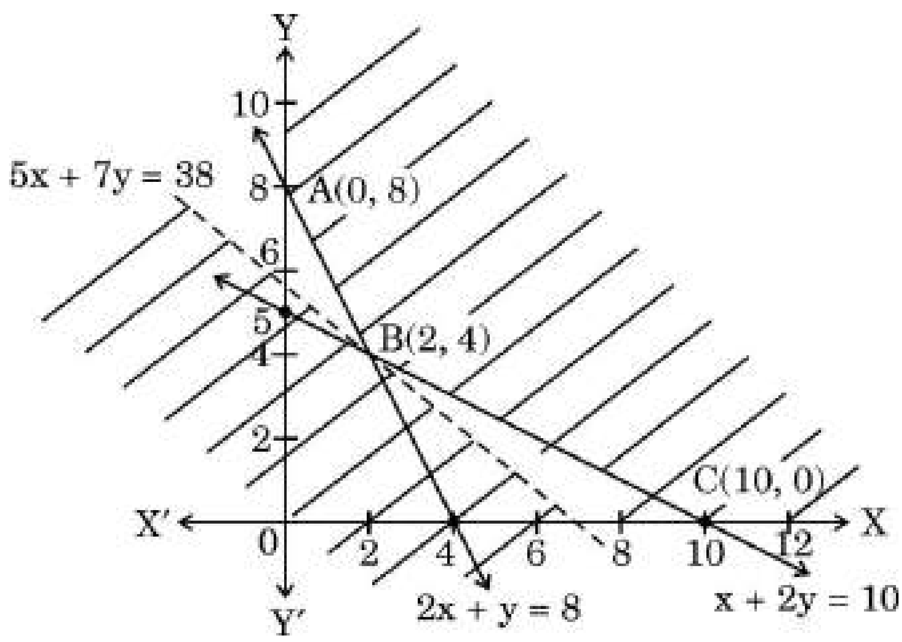
(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* आलेख का छायांकित भाग दिए गए रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) का सुसंगत क्षेत्र निरूपित करता है ।



$Z = 50x + 70y$ का न्यूनतमीकरण

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत :

$2x + y \geq 8, \; x + 2y \geq 10, \; x, y \geq 0$

यहाँ Z का न्यूनतम मान B(2, 4) पर 380 है ।

तर्क (R) : $50x + 70y < 380$ द्वारा निरूपित क्षेत्र का कोई बिंदु सुसंगत क्षेत्र से साझा नहीं है ।

18. The respective values of $|\vec{a}|$ and $|\vec{b}|$, if given $(\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = 512$ and $|\vec{a}| = 3|\vec{b}|$, are :

(A) 48 and 16 (B) 3 and 1

(C) 24 and 8 (D) 6 and 2

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

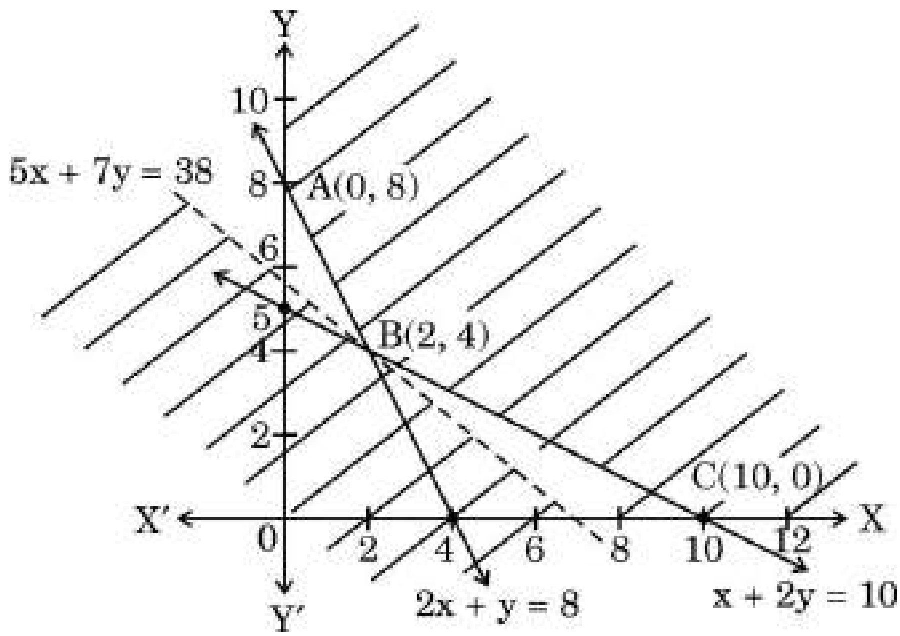
(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* The shaded portion of the graph represents the feasible region for the given Linear Programming Problem (LPP).



Min $Z = 50x + 70y$

subject to constraints

$2x + y \geq 8$, $x + 2y \geq 10$, $x, y \geq 0$

$Z = 50x + 70y$ has a minimum value = 380 at B(2, 4).

Reason (R) : The region representing $50x + 70y < 380$ does not have any point common with the feasible region.

20. *अभिकथन (A) :* माना $A = \{x \in R : -1 \le x \le 1\}$. यदि $f : A \to A$, $f(x) = x^2$ द्वारा परिभाषित है, तो f आच्छादक फलन नहीं है।

तर्क (R) : यदि $y = -1 \in A$ है, तो $x = \pm\sqrt{-1} \notin A$.

खण्ड ख

इस खण्ड में 5 अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं।

21. फलन $f(x) = \cos^{-1}(x^2 - 4)$ का प्रांत ज्ञात कीजिए।

22. एक गुब्बारे (गोलाकार) में हवा भरने पर, इसका पृष्ठीय क्षेत्रफल $5 \text{ mm}^2/\text{s}$ की दर से बढ़ता है। जब गुब्बारे की त्रिज्या 8 mm है, तब ज्ञात कीजिए कि इस गुब्बारे का आयतन किस दर से बढ़ रहा है।

23. (क) x के सापेक्ष, $\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ का अवकलन कीजिए।

अथवा

(ख) यदि $y = 5 \cos x - 3 \sin x$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$ है।

24. (क) एक सदिश ज्ञात कीजिए जिसका परिमाण 5 है, तथा जो दोनों सदिशों $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ और $4\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ के लंबवत है।

अथवा

(ख) माना $\vec{a}, \vec{b}$ और $\vec{c}$ तीन ऐसे सदिश हैं, जिनके लिए $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ और $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq 0$ है। दर्शाइए कि $\vec{b} = \vec{c}$.

25. एक व्यक्ति एक सीधी तार, जिसके सिरों के निर्देशांक A (4, 1, – 2) तथा B (6, 2, – 3) हैं, पर दो लालटेन इस प्रकार लटकाना चाहता है कि ये लालटेन वाले बिंदु तार AB को सम-त्रिभाजित करें। उन बिंदुओं के निर्देशांक ज्ञात कीजिए जिन पर इन दोनों लालटेनों को लटकाना है।

20. *Assertion (A) :* Let $A = \{x \in R : -1 \le x \le 1\}$. If $f : A \rightarrow A$ be defined as $f(x) = x^2$, then f is not an onto function.

Reason (R) : If $y = -1 \in A$, then $x = \pm \sqrt{-1} \notin A$.

SECTION B

This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Find the domain of the function $f(x) = \cos^{-1}(x^2 - 4)$.

22. Surface area of a balloon (spherical), when air is blown into it, increases at a rate of 5 mm^2/s. When the radius of the balloon is 8 mm, find the rate at which the volume of the balloon is increasing.

23. (a) Differentiate $\frac{\sin x}{\sqrt{\cos x}}$ with respect to x.

OR

(b) If $y = 5 \cos x - 3 \sin x$, prove that $\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$.

24. (a) Find a vector of magnitude 5 which is perpendicular to both the vectors $3\hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ and $4\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$.

OR

(b) Let $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ be three vectors such that $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$ and $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c}$, $\vec{a} \neq 0$. Show that $\vec{b} = \vec{c}$.

25. A man needs to hang two lanterns on a straight wire whose end points have coordinates A (4, 1, – 2) and B (6, 2, – 3). Find the coordinates of the points where he hangs the lanterns such that these points trisect the wire AB.

खण्ड ग

इस खण्ड में 6 लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. 'a' का मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए $f(x) = \sqrt{3} \sin x - \cos x - 2ax + 6$, R में ह्रासमान है।

27. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{2x}{(x^2 + 3)(x^2 - 5)} dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_1^4 \left(|x - 2| + |x - 4| \right) dx$$

28. अवकल समीकरण

$$\left[x \sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y \right] dx + x\, dy = 0$$

का विशिष्ट हल ज्ञात कीजिए, दिया गया है कि $y = \frac{\pi}{4}$ है, जब $x = 1$ है।

29. निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के लिए अधिकतम वाला/वाले बिन्दु ज्ञात कीजिए।

$Z = 5x + 10y$

निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत

$x + 2y \leq 120$

$x + y \geq 60$

$x - 2y \geq 0$

$x, y \geq 0$

SECTION C

This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Find the value of 'a' for which $f(x) = \sqrt{3}\sin x - \cos x - 2ax + 6$ is decreasing in R.

27. (a) Find :

$$\int \frac{2x}{(x^2+3)(x^2-5)}\,dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_1^4 \left(|x-2|+|x-4|\right)\,dx$$

28. Find the particular solution of the differential equation

$$\left[x\sin^2\left(\frac{y}{x}\right) - y\right]dx + x\,dy = 0$$

given that $y = \frac{\pi}{4}$, when $x = 1$.

29. In the Linear Programming Problem (LPP), find the point/points giving maximum value for $Z = 5x + 10y$

subject to constraints

$$x + 2y \leq 120$$

$$x + y \geq 60$$

$$x - 2y \geq 0$$

$$x, y \geq 0$$

30. (क) यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ है, जिसमें $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$ है, तो $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) यदि मात्रक सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के बीच का कोण θ है, तो सिद्ध कीजिए कि $\frac{1}{2} |\vec{a} - \vec{b}| = \sin\frac{\theta}{2}$.

31. (क) एक विद्यार्थी द्वारा एक रंग भरने वाली पुस्तक के खरीदने की प्रायिकता 0·7 और रंगों के बॉक्स को खरीदने की प्रायिकता 0·2 है। उसके एक रंग भरने वाली पुस्तक को खरीदने की प्रायिकता, यह जानते हुए कि उसने रंगों का बॉक्स खरीद लिया है, 0·3 है। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह विद्यार्थी :

(i) दोनों, रंग भरने वाली पुस्तक और रंगों का बॉक्स, खरीदती है।

(ii) रंगों का बॉक्स खरीदती है, यह जानते हुए कि उसने रंग भरने वाली पुस्तक खरीद ली है।

अथवा

(ख) एक व्यक्ति के पास फलों का एक बॉक्स है जिसमें 6 सेब और 4 संतरे हैं। वह इस बॉक्स से यादृच्छया एक फल, एक-एक करके तीन बार निकालता है, हर बार निकाले गए फल को पुन: बॉक्स में रख दिया जाता है। ज्ञात कीजिए :

(i) निकाले गए संतरों की संख्या का प्रायिकता बंटन।

(ii) यादृच्छिक चर (संतरों की संख्या) की प्रत्याशा।

30. (a) If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ such that $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 5$, $|\vec{c}| = 7$, then find the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$.

OR

(b) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are unit vectors inclined with each other at an angle θ, then prove that $\frac{1}{2}|\vec{a} - \vec{b}| = \sin\frac{\theta}{2}$.

31. (a) The probability that a student buys a colouring book is 0·7 and that she buys a box of colours is 0·2. The probability that she buys a colouring book, given that she buys a box of colours, is 0·3. Find the probability that the student :

(i) Buys both the colouring book and the box of colours.

(ii) Buys a box of colours given that she buys the colouring book.

OR

(b) A person has a fruit box that contains 6 apples and 4 oranges. He picks out a fruit three times, one after the other, after replacing the previous one in the box. Find :

(i) The probability distribution of the number of oranges he draws.

(ii) The expectation of the random variable (number of oranges).

खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. $y = x^2$ का ग्राफ बनाइए। समाकलन के प्रयोग से, $y = 9$, $x = 0$ और $y = x^2$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

33. एक फर्नीचर कार्यशाला प्रतिदिन तीन प्रकार के फर्नीचर का उत्पादन करती है – कुर्सी, मेज़ और पलंग। एक खास दिन पर, यह कुल 45 फर्नीचर की वस्तुएँ उत्पादित करती है। यह भी पाया जाता है कि उत्पादित वस्तुओं में, पलंगों की संख्या, कुर्सियों की संख्या से 8 अधिक है, जबकि कुर्सियों और पलंगों की कुल उत्पादन संख्या, मेज़ों की संख्या की दुगुनी है। आव्यूह विधि के प्रयोग से, प्रत्येक प्रकार की फर्नीचर वस्तु की उत्पादित इकाइयाँ ज्ञात कीजिए।

34. (क) एक धनात्मक स्थिरांक 'a' के लिए, $\left(t+\frac{1}{t}\right)^a$ के सापेक्ष $a^{t+\frac{1}{t}}$ का अवकलन कीजिए, जहाँ t एक शून्येतर वास्तविक संख्या है।

अथवा

(ख) यदि $y^x + x^y + x^x = a^b$ है, जहाँ a और b स्थिरांक हैं, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

35. (क) रेखा $\frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{-z+4}{-3}$ पर बिंदु (1, 1, 4) से डाले गए लंब का पाद ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) रेखा $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{3}$ का वह बिंदु ज्ञात कीजिए जो बिंदु (–1, –1, 2) से $2\sqrt{2}$ इकाई की दूरी पर है।

SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. Sketch a graph of $y = x^2$. Using integration, find the area of the region bounded by $y = 9$, $x = 0$ and $y = x^2$.

33. A furniture workshop produces three types of furniture – chairs, tables and beds each day. On a particular day the total number of furniture pieces produced is 45. It was also found that production of beds exceeds that of chairs by 8, while the total production of beds and chairs together is twice the production of tables. Determine the units produced of each type of furniture, using matrix method.

34. (a) For a positive constant 'a', differentiate $a^{t+\frac{1}{t}}$ with respect to $\left(t+\frac{1}{t}\right)^a$, where t is a non-zero real number.

OR

(b) Find $\frac{dy}{dx}$ if $y^x + x^y + x^x = a^b$, where a and b are constants.

35. (a) Find the foot of the perpendicular drawn from the point (1, 1, 4) on the line $\frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{2} = \frac{-z+4}{-3}$.

OR

(b) Find the point on the line $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-4}{3}$ at a distance of $2\sqrt{2}$ units from the point (–1, –1, 2).

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. एक बढ़ई को चारों ओर से बंद एक लकड़ी का घनाकार बक्सा बनाना है, जिसका आधार वर्गाकार है और आयतन निश्चित है। क्योंकि उसके पास बॉक्स को पेंट करने के लिए आवश्यक पेंट की कमी है, इसलिए वह चाहता है कि पृष्ठीय क्षेत्रफल न्यूनतम हो।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) लंबाई = चौड़ाई = x मी. तथा ऊँचाई = y मी. लेकर बक्से के पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) को x तथा आयतन (V) (जो स्थिर है) के पदों में व्यक्त कीजिए। *1*

(ii) $\frac{dS}{dx}$ ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) यदि पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) न्यूनतम है, तो x तथा y में संबंध ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि पृष्ठीय क्षेत्रफल (S) स्थिर है, तो आयतन (V) = $\frac{1}{4}(Sx - 2x^3)$ है, जहाँ x आधार का एक किनारा है। दर्शाइए कि $x = \sqrt{\frac{S}{6}}$ के लिए आयतन (V) अधिकतम है। *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. मान लीजिए एक स्कूल के बारहवीं कक्षा के 30 विद्यार्थियों का समुच्चय A है। माना $f : A \rightarrow N$, जहाँ N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है, एक फलन है जिसे f(x) = विद्यार्थी x के रोल नंबर द्वारा प्रदत्त किया गया है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) क्या f एक एकैकी आच्छादक फलन है ? *1*

(ii) (i) के लिए अपने उत्तर के समर्थन में कारण दीजिए। *1*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. A carpenter needs to make a wooden cuboidal box, closed from all sides, which has a square base and fixed volume. Since he is short of the paint required to paint the box on completion, he wants the surface area to be minimum.

On the basis of the above information, answer the following questions :

(i) Taking length = breadth = x m and height = y m, express the surface area (S) of the box in terms of x and its volume (V), which is constant. *1*

(ii) Find $\frac{dS}{dx}$. *1*

(iii) (a) Find a relation between x and y such that the surface area (S) is minimum. *2*

OR

(iii) (b) If surface area (S) is constant, the volume (V) = $\frac{1}{4}(Sx - 2x^3)$, x being the edge of base. Show that volume (V) is maximum for $x = \sqrt{\frac{S}{6}}$. *2*

Case Study – 2

37. Let A be the set of 30 students of class XII in a school. Let $f : A \rightarrow N$, N is a set of natural numbers such that function f(x) = Roll Number of student x. On the basis of the given information, answer the following :

(i) Is f a bijective function ? *1*

(ii) Give reasons to support your answer to (i). *1*

(iii) (क) मान लीजिए R, जोड़े में विद्यार्थियों के बैठने की व्यवस्था की योजना बनाने के लिए शिक्षक द्वारा परिभाषित एक संबंध है, जो निम्नलिखित द्वारा प्रदत्त है :

$R = \{(x, y) : x, y$ विद्यार्थियों के रोल नंबर हैं, जहाँ $y = 3x\}$

R के अवयवों को सूचीबद्ध कीजिए। क्या संबंध R स्वतुल्य, सममित और संक्रामक है ? अपने उत्तर का औचित्य बताइए। 2

अथवा

(iii) (ख) मान लीजिए R एक संबंध है जो निम्नलिखित रूप में परिभाषित है :

$R = \{(x, y) : x$ और y विद्यार्थियों के रोल नंबर हैं, जहाँ $y = x^3\}$

R के अवयवों को सूचीबद्ध कीजिए। क्या R एक फलन है ? अपने उत्तर का औचित्य बताइए। 2

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक माली अपने बगीचे में कुछ सब्ज़ियाँ लगाना चाहता है। इसलिए वह बैंगन के पौधों के लिए 10 बीज, पत्तागोभी के पौधों के लिए 12 बीज और मूली के पौधों के लिए 8 बीज खरीदता है। दुकानदार ने उसे बैंगन के अंकुरण, पत्तागोभी के अंकुरण और मूली के अंकुरण की प्रायिकता क्रमशः 25%, 35%, और 40% का आश्वासन दिया। लेकिन इससे पहले कि वह बीज बो पाता, वे एक थैले में मिला दिए गए और उनको यादृच्छया तरीके से बोना पड़ा।

मूली

पत्तागोभी

बैंगन

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) यादृच्छिक रूप से चुने गए एक बीज के अंकुरित होने की प्रायिकता की गणना कीजिए। 2

(ii) इसकी क्या प्रायिकता है कि यह पत्तागोभी का बीज है, यह जानते हुए कि चुना गया बीज अंकुरित होता है ? 2

(iii) (a) Let R be a relation defined by the teacher to plan the seating arrangement of students in pairs, where

$R = \{(x, y) : x, y \text{ are Roll Numbers of students such that } y = 3x\}$.

List the elements of R. Is the relation R reflexive, symmetric and transitive ? Justify your answer. *2*

OR

(iii) (b) Let R be a relation defined by

$R = \{(x, y) : x, y \text{ are Roll Numbers of students such that } y = x^3\}$.

List the elements of R. Is R a function ? Justify your answer. *2*

Case Study – 3

38. A gardener wanted to plant vegetables in his garden. Hence he bought 10 seeds of brinjal plant, 12 seeds of cabbage plant and 8 seeds of radish plant. The shopkeeper assured him of germination probabilities of brinjal, cabbage and radish to be 25%, 35% and 40% respectively. But before he could plant the seeds, they got mixed up in the bag and he had to sow them randomly.

Radish

Cabbage

Brinjal

Based upon the above information, answer the following questions :

(i) Calculate the probability of a randomly chosen seed to germinate. *2*

(ii) What is the probability that it is a cabbage seed, given that the chosen seed germinates ? *2*

Series : Z6YWX **SET~1**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/6/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे* *अधिकतम अंक : **80***

*Time allowed : **3** hours* *Maximum Marks : **80***

नोट	NOTE
(I) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।	(I) Please check that this question paper contains **23** printed pages.
(II) प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II) Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III) कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।	(III) Please check that this question paper contains **38** questions.
(IV) **कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**	(IV) **Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
(V) इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V) 15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. #

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) *इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं । **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं ।*

(ii) *यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख, ग, घ** एवं **ङ** ।*

(iii) ***खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं ।*

(iv) ***खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(v) ***खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vi) ***खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(vii) ***खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं ।*

(viii) *प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है । यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है ।*

(ix) *कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है ।*

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है ।

1. माना आव्यूह A और B के लिए AB′ और B′A दोनों परिभाषित हैं । यदि आव्यूह A की कोटि $n \times m$ है, तो आव्यूह B की कोटि है :

(A) $n \times n$ (B) $n \times m$

(C) $m \times m$ (D) $m \times n$

2. यदि $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ है, तो A एक :

(A) अदिश आव्यूह है (B) तत्समक आव्यूह है

(C) सममित आव्यूह है (D) विषम-सममित आव्यूह है

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

_(i)_ _This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**._

_(ii)_ _This question paper is divided into **five** Sections – **A**, **B, C, D** and **E**._

(iii) _In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each._

_(iv)_ _In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each._

_(v)_ _In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each._

_(vi)_ _In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each._

(vii) _In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each._

(viii) _There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E._

_(ix)_ _Use of calculator is **not** allowed._

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. Let both AB' and $B'A$ be defined for matrices A and B. If order of A is $n \times m$, then the order of B is :

(A) $n \times n$ (B) $n \times m$

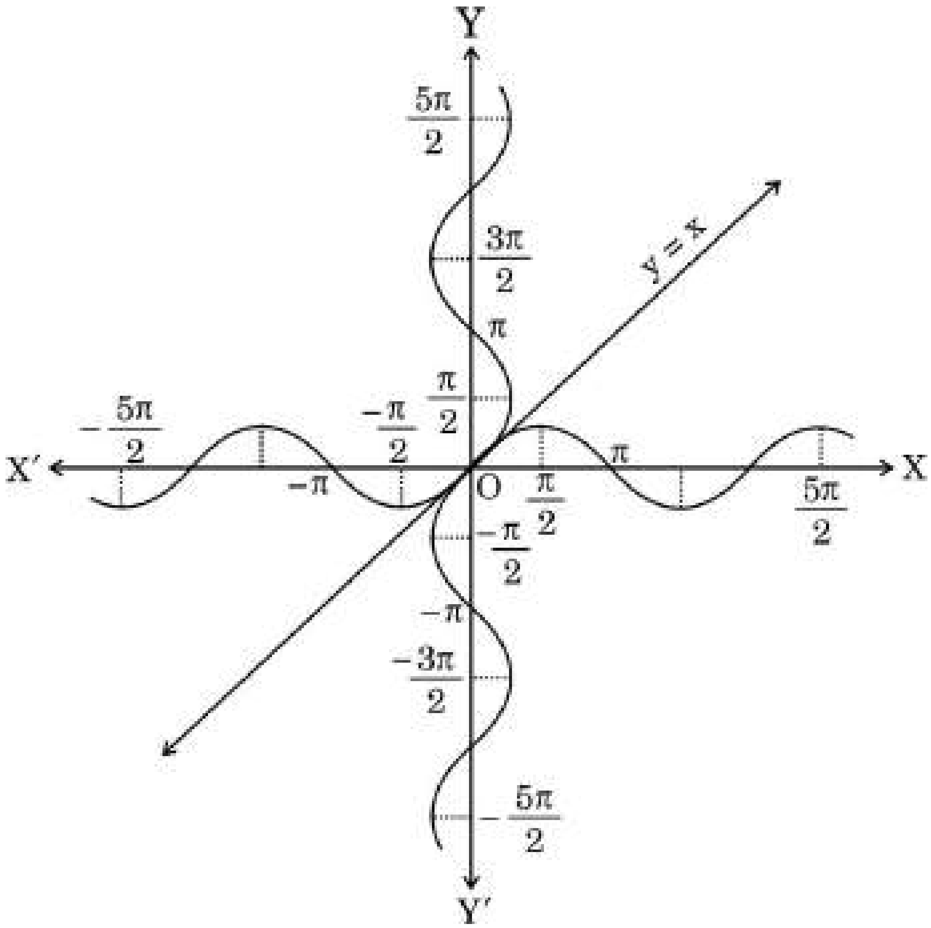
(C) $m \times m$ (D) $m \times n$

2. If $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$, then A is a/an :

(A) scalar matrix (B) identity matrix

(C) symmetric matrix (D) skew-symmetric matrix

3. निम्नलिखित आलेख बना है :



(A) $y = \sin^{-1} x$ और $y = \cos^{-1} x$ से

(B) $y = \cos^{-1} x$ और $y = \cos x$ से

(C) $y = \sin^{-1} x$ और $y = \sin x$ से

(D) $y = \cos^{-1} x$ और $y = \sin x$ से

4. समान कोटि के दो विषम-सममित आव्यूहों का योगफल सदैव :

(A) एक विषम-सममित आव्यूह होता है

(B) एक सममित आव्यूह होता है

(C) एक शून्य आव्यूह होता है

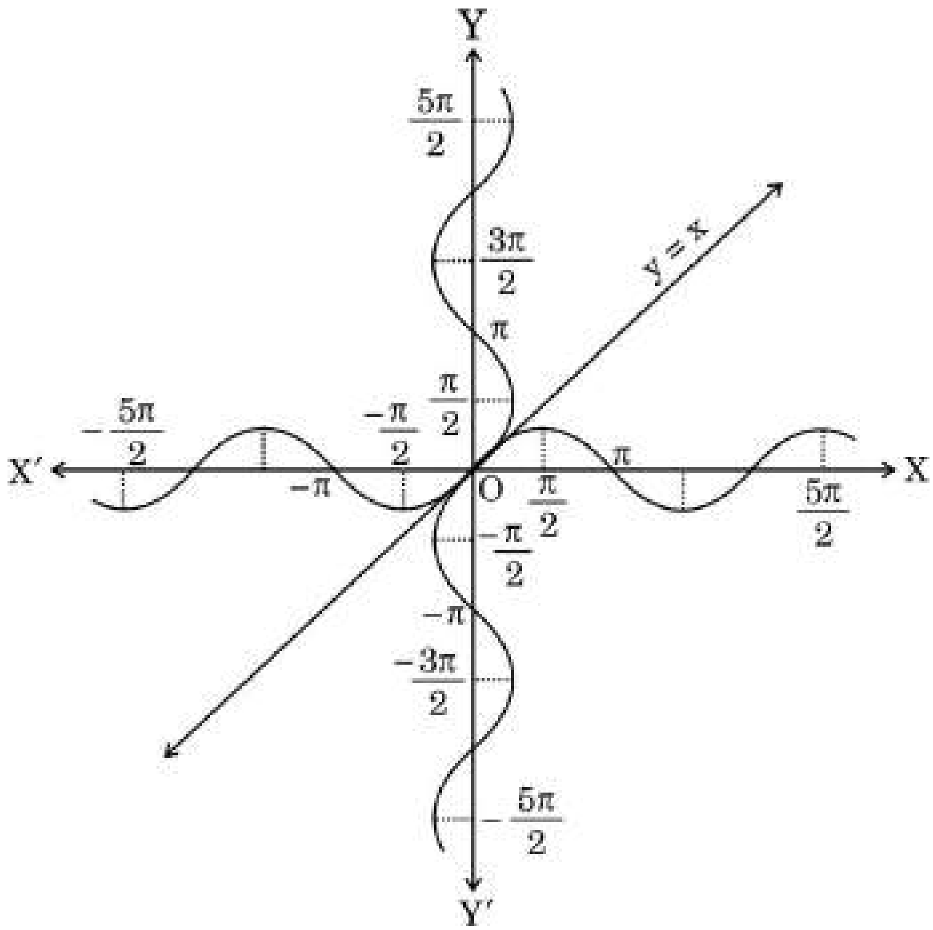
(D) एक तत्समक आव्यूह होता है

5. $\left[\sec^{-1}(-\sqrt{2}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]$ बराबर है :

(A) $\frac{11\pi}{12}$ (B) $\frac{5\pi}{12}$

(C) $-\frac{5\pi}{12}$ (D) $\frac{7\pi}{12}$

3. The following graph is a combination of :



(A) $y = \sin^{-1} x$ and $y = \cos^{-1} x$

(B) $y = \cos^{-1} x$ and $y = \cos x$

(C) $y = \sin^{-1} x$ and $y = \sin x$

(D) $y = \cos^{-1} x$ and $y = \sin x$

4. Sum of two skew-symmetric matrices of same order is always a/an :

(A) skew-symmetric matrix

(B) symmetric matrix

(C) null matrix

(D) identity matrix

5. $\left[\sec^{-1}(-\sqrt{2}) - \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\right]$ is equal to :

(A) $\frac{11\pi}{12}$ (B) $\frac{5\pi}{12}$

(C) $-\frac{5\pi}{12}$ (D) $\frac{7\pi}{12}$

6. यदि $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+ax) + \log(1-bx)}{x}, & x \neq 0 \text{ के लिए} \\ k, & x = 0 \text{ के लिए} \end{cases}$

$x = 0$ पर संतत है, तो k का मान है :

(A) a (B) a + b

(C) a – b (D) b

7. यदि $\tan^{-1}(x^2 - y^2) = a$, जहाँ 'a' एक अचर है, तो $\dfrac{dy}{dx}$ है :

(A) $\dfrac{x}{y}$ (B) $-\dfrac{x}{y}$

(C) $\dfrac{a}{x}$ (D) $\dfrac{a}{y}$

8. यदि $y = a\cos(\log x) + b\sin(\log x)$ है, तो $x^2y_2 + xy_1$ है :

(A) cot (log x) (B) y

(C) – y (D) tan (log x)

9. माना $f(x) = |x|, x \in R$. तब, निम्नलिखित में से कौन-सा कथन ***ग़लत*** है ?

(A) f का न्यूनतम मान x = 0 पर है।

(B) R में f का कोई अधिकतम मान नहीं है।

(C) x = 0 पर f संतत है।

(D) x = 0 पर f अवकलनीय है।

10. माना $f'(x) = 3(x^2 + 2x) - \dfrac{4}{x^3} + 5$, $f(1) = 0$ है। तो, f(x) है :

(A) $x^3 + 3x^2 + \dfrac{2}{x^2} + 5x + 11$ (B) $x^3 + 3x^2 + \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$

(C) $x^3 + 3x^2 - \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$ (D) $x^3 - 3x^2 - \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$

11. $\displaystyle\int \frac{x+5}{(x+6)^2} e^x \, dx$ बराबर है :

(A) $\log(x+6) + C$ (B) $e^x + C$

(C) $\dfrac{e^x}{x+6} + C$ (D) $\dfrac{-1}{(x+6)^2} + C$

6. If $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\log(1+ax) + \log(1-bx)}{x}, & \text{for } x \neq 0 \\ k, & \text{for } x = 0 \end{cases}$

is continuous at x = 0, then the value of k is :

(A) a (B) a + b

(C) a – b (D) b

7. If $\tan^{-1}(x^2 - y^2) = a$, where 'a' is a constant, then $\dfrac{dy}{dx}$ is :

(A) $\dfrac{x}{y}$ (B) $-\dfrac{x}{y}$

(C) $\dfrac{a}{x}$ (D) $\dfrac{a}{y}$

8. If y = a cos (log x) + b sin (log x), then $x^2y_2 + xy_1$ is :

(A) cot (log x) (B) y

(C) – y (D) tan (log x)

9. Let f(x) = |x|, x ∈ R. Then, which of the following statements is ***incorrect*** ?

(A) f has a minimum value at x = 0.

(B) f has no maximum value in R.

(C) f is continuous at x = 0.

(D) f is differentiable at x = 0.

10. Let $f'(x) = 3(x^2 + 2x) - \dfrac{4}{x^3} + 5$, f(1) = 0. Then, f(x) is :

(A) $x^3 + 3x^2 + \dfrac{2}{x^2} + 5x + 11$ (B) $x^3 + 3x^2 + \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$

(C) $x^3 + 3x^2 - \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$ (D) $x^3 - 3x^2 - \dfrac{2}{x^2} + 5x - 11$

11. $\displaystyle\int \frac{x+5}{(x+6)^2} e^x \, dx$ is equal to :

(A) log (x + 6) + C (B) $e^x + C$

(C) $\dfrac{e^x}{x+6} + C$ (D) $\dfrac{-1}{(x+6)^2} + C$

12. निम्नलिखित अवकल समीकरण की कोटि और घात क्रमश: हैं :

$$-\frac{d^4y}{dx^4} + 2e^{dy/dx} + y^2 = 0$$

(A) $-4, 1$ (B) 4, परिभाषित नहीं

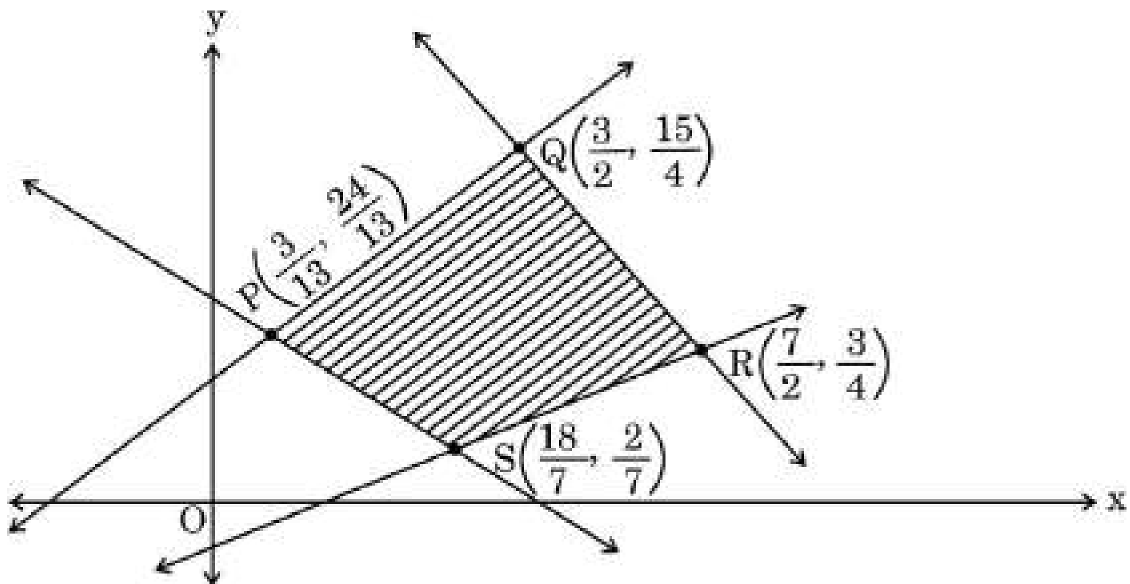
(C) 1, 1 (D) 4, 1

13. अवकल समीकरण $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ का हल है :

(A) $3e^{4y} + 4e^{-3x} + C = 0$ (B) $e^{3x+4y} + C = 0$

(C) $3e^{-3y} + 4e^{4x} + 12C = 0$ (D) $3e^{-4y} + 4e^{3x} + 12C = 0$

14. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के लिए, दिया गया उद्देश्य फलन Z = x + 2y है। व्यवरोधों से बनने वाला सुसंगत क्षेत्र PQRS छायांकित क्षेत्र द्वारा आलेख में दिखाया गया है।



(ध्यान दें : आलेख पैमाने अनुसार नहीं है)

$$P \equiv \left(\frac{3}{13}, \frac{24}{13}\right), \quad Q \equiv \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right), \quad R \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{4}\right), \quad S \equiv \left(\frac{18}{7}, \frac{2}{7}\right)$$

निम्नलिखित में से कौन-सा कथन सही है ?

(A) Z का न्यूनतम मान $S\left(\frac{18}{7}, \frac{2}{7}\right)$ पर है

(B) Z का अधिकतम मान $R\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{4}\right)$ पर है

(C) (Z का मान P पर) > (Z का मान Q पर)

(D) (Z का मान Q पर) < (Z का मान R पर)

12. The order and degree of the following differential equation are, respectively :

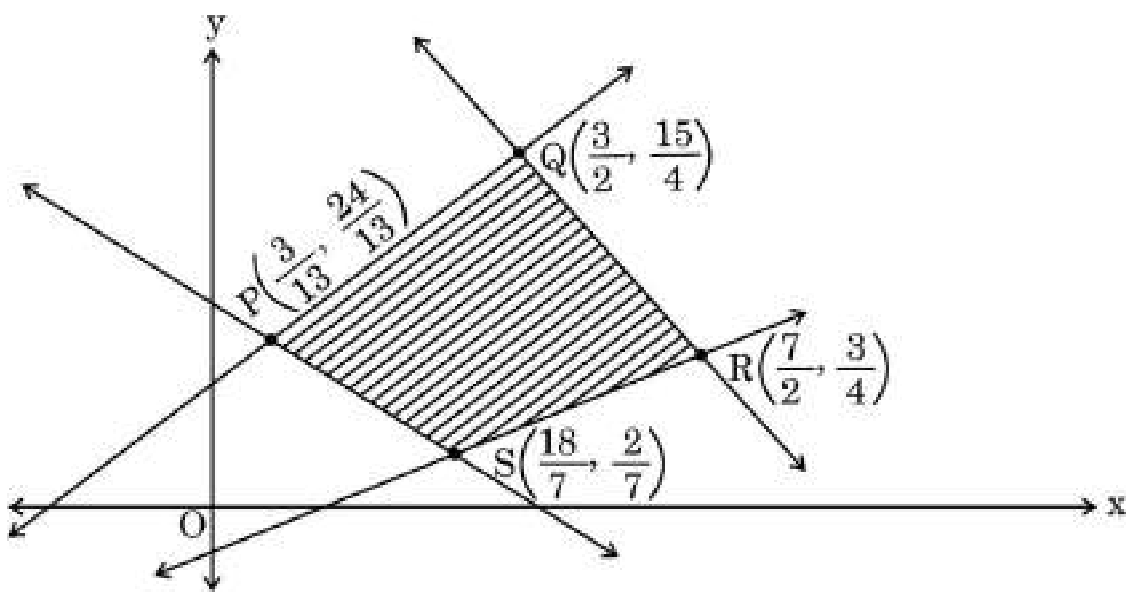
$$-\frac{d^4y}{dx^4} + 2e^{dy/dx} + y^2 = 0$$

(A) $-4, 1$ (B) 4, not defined
(C) 1, 1 (D) 4, 1

13. The solution for the differential equation $\log\left(\frac{dy}{dx}\right) = 3x + 4y$ is :

(A) $3e^{4y} + 4e^{-3x} + C = 0$ (B) $e^{3x+4y} + C = 0$
(C) $3e^{-3y} + 4e^{4x} + 12C = 0$ (D) $3e^{-4y} + 4e^{3x} + 12C = 0$

14. For a Linear Programming Problem (LPP), the given objective function is $Z = x + 2y$. The feasible region PQRS determined by the set of constraints is shown as a shaded region in the graph.



(Note : The figure is not to scale)

$$P \equiv \left(\frac{3}{13}, \frac{24}{13}\right), Q \equiv \left(\frac{3}{2}, \frac{15}{4}\right), R \equiv \left(\frac{7}{2}, \frac{3}{4}\right), S \equiv \left(\frac{18}{7}, \frac{2}{7}\right)$$

Which of the following statements is correct ?

(A) Z is minimum at $S\left(\frac{18}{7}, \frac{2}{7}\right)$

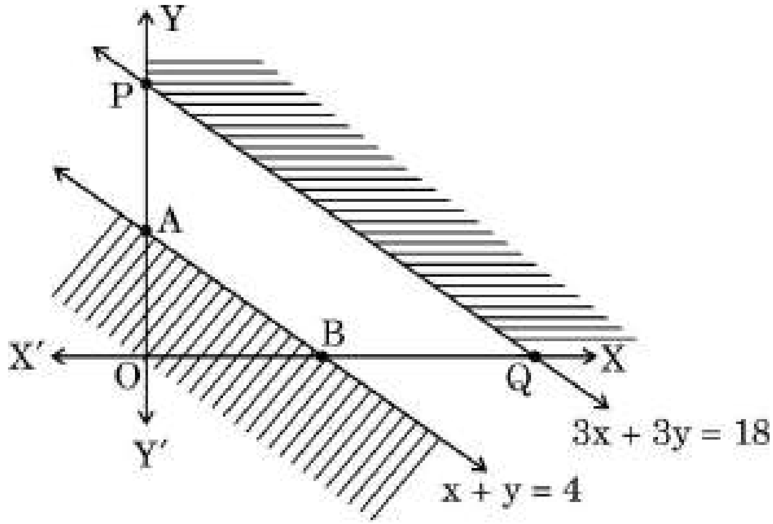
(B) Z is maximum at $R\left(\frac{7}{2}, \frac{3}{4}\right)$

(C) (Value of Z at P) > (Value of Z at Q)
(D) (Value of Z at Q) < (Value of Z at R)

15. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या (LPP) के लिए, उद्देश्य फलन $Z = 2x + 5y$ का निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत अधिकतमीकरण करना है :

$$x + y \leq 4, \quad 3x + 3y \geq 18, \quad x, y \geq 0$$

आलेख का अध्ययन कीजिए और निम्नलिखित से सही विकल्प चुनिए।



(ध्यान दें : आलेख पैमाने अनुसार नहीं है)

दी गई रैखिक प्रोग्रामन समस्या का हल :

(A) छायांकित अपरिबद्ध क्षेत्र में है।

(B) त्रिभुज AOB में है।

(C) नहीं है।

(D) त्रिभुज AOB और छायांकित अपरिबद्ध क्षेत्र के इकट्ठे क्षेत्र में है।

16. माना $|\vec{a}| = 5$ और $-2 \leq \lambda \leq 1$ है। तो, $|\lambda \vec{a}|$ का परिसर है :

(A) [5, 10] (B) [– 2, 5]

(C) [– 2, 1] (D) [–10, 5]

17. वक्र $y^2 = x$, का $x = 0$ तथा $x = 1$ के बीच परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{3}{2}$ वर्ग इकाई (B) $\frac{2}{3}$ वर्ग इकाई

(C) 3 वर्ग इकाई (D) $\frac{4}{3}$ वर्ग इकाई

18. एक डिब्बे में 4 हरे, 8 नीले और 3 लाल पेन हैं। एक छात्र इस डिब्बे से यादृच्छया एक पेन निकालता है और इसके रंग को जानने के पश्चात वापस डिब्बे में रख देता है। वह इस प्रक्रिया को 3 बार दोहराता है। कम-से-कम एक बार लाल पेन आने की प्रायिकता है :

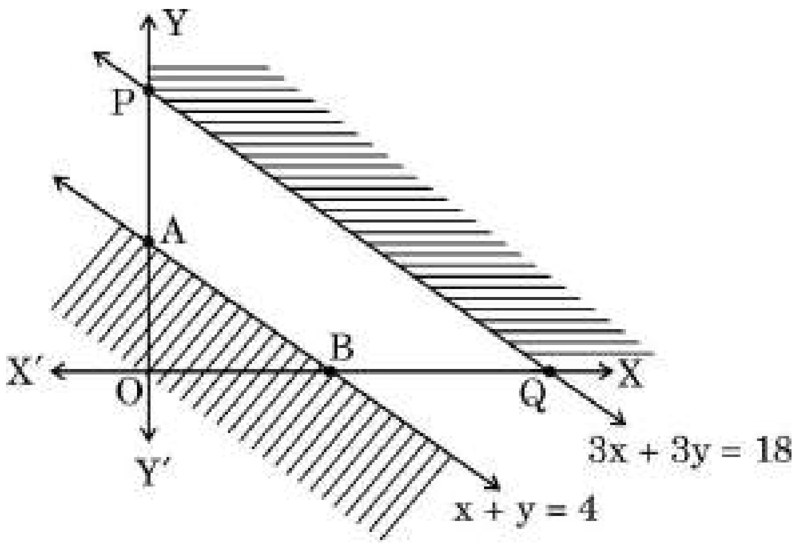
(A) $\frac{124}{125}$ (B) $\frac{1}{125}$

(C) $\frac{61}{125}$ (D) $\frac{64}{125}$

15. In a Linear Programming Problem (LPP), the objective function $Z = 2x + 5y$ is to be maximised under the following constraints :

$x + y \le 4, \; 3x + 3y \ge 18, \; x, y \ge 0$

Study the graph and select the correct option.



(Note : The figure is not to scale)

The solution of the given LPP :

(A) lies in the shaded unbounded region.

(B) lies in Δ AOB.

(C) does not exist.

(D) lies in the combined region of Δ AOB and unbounded shaded region.

16. Let $|\vec{a}| = 5$ and $-2 \le \lambda \le 1$. Then, the range of $|\lambda \vec{a}|$ is :

(A) [5, 10] (B) [– 2, 5]

(C) [– 2, 1] (D) [–10, 5]

17. The area of the region bounded by the curve $y^2 = x$ between $x = 0$ and $x = 1$ is :

(A) $\frac{3}{2}$ sq units (B) $\frac{2}{3}$ sq units

(C) 3 sq units (D) $\frac{4}{3}$ sq units

18. A box has 4 green, 8 blue and 3 red pens. A student picks up a pen at random, checks its colour and replaces it in the box. He repeats this process 3 times. The probability that at least one pen picked was red is :

(A) $\frac{124}{125}$ (B) $\frac{1}{125}$

(C) $\frac{61}{125}$ (D) $\frac{64}{125}$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं, जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* यदि $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 256$ तथा $|\vec{b}| = 8$ है, तो $|\vec{a}| = 2$ है ।

तर्क (R) : $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ तथा $|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \theta$ और $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$ है ।

20. *अभिकथन (A) :* माना $f(x) = e^x$ तथा $g(x) = \log x$ है । तो $(f + g) x = e^x + \log x$ है, जहाँ $(f + g)$ का प्रांत R है ।

तर्क (R) : $(f + g)$ का प्रांत = (f) का प्रांत $\cap$ (g) का प्रांत ।

खण्ड ख

इस खण्ड में 5 अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. $f(x) = \sin^{-1}(-x^2)$ का प्रांत ज्ञात कीजिए ।

22. (क) $e^{\sqrt{2x}}$ के सापेक्ष $\sqrt{e^{\sqrt{2x}}}$ का अवकलज ज्ञात कीजिए, $x > 0$ के लिए ।

अथवा

(ख) यदि $(x)^y = (y)^x$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए ।

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* If $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + |\vec{a} \cdot \vec{b}|^2 = 256$ and $|\vec{b}| = 8$, then $|\vec{a}| = 2$.

Reason (R) : $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$ and

$|\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}| \sin \theta$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$.

20. *Assertion (A) :* Let $f(x) = e^x$ and $g(x) = \log x$. Then $(f + g)\, x = e^x + \log x$ where domain of $(f + g)$ is R.

Reason (R) : $\text{Dom}(f + g) = \text{Dom}(f) \cap \text{Dom}(g)$.

SECTION B

This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Find the domain of $f(x) = \sin^{-1}(-x^2)$.

22. (a) Differentiate $\sqrt{e^{\sqrt{2x}}}$ with respect to $e^{\sqrt{2x}}$ for $x > 0$.

OR

(b) If $(x)^y = (y)^x$, then find $\frac{dy}{dx}$.

23. x के मान ज्ञात कीजिए जिनके लिए $f(x) = \dfrac{x-4}{x+1}, x \neq -1$ एक वर्धमान अथवा ह्रासमान फलन है।

24. (क) यदि बिंदुओं A और B के क्रमशः $\vec{a}$ और $\vec{b}$ स्थिति सदिश हों, तो बिंदु C, जो बढ़ाए गए BA पर स्थित है, का स्थिति सदिश ज्ञात कीजिए जबकि BC = 3BA हो।

अथवा

(ख) सदिश $\vec{r}$ तीन अक्षों x, y और z के साथ समान कोण पर झुका हुआ है। यदि $\vec{r}$ का परिमाण $5\sqrt{3}$ इकाई है, तो $\vec{r}$ ज्ञात कीजिए।

25. ज्ञात कीजिए कि क्या रेखाएँ $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ तथा $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ परस्पर प्रतिच्छेदी हैं।

खण्ड ग

इस खण्ड में 6 लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. माना $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ तथा $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 12 & 16 & 8 \\ -6 & -8 & -4 \end{bmatrix}$ दो आव्यूह हैं। तो, आव्यूह B ज्ञात कीजिए, जिससे AB = C हो।

27. (क) x के सापेक्ष $y = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$ का अवकलज ज्ञात कीजिए, यदि $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$ है।

अथवा

(ख) x के सापेक्ष $y = \cos^{-1}\left(\dfrac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ का अवकलज ज्ञात कीजिए, जब $x \in (0, 1)$ है।

23. Determine the values of x for which $f(x) = \frac{x-4}{x+1}$, $x \neq -1$ is an increasing or a decreasing function.

24. (a) If $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are position vectors of point A and point B respectively, find the position vector of point C on BA produced such that BC = 3BA.

OR

(b) Vector $\vec{r}$ is inclined at equal angles to the three axes x, y and z. If magnitude of $\vec{r}$ is $5\sqrt{3}$ units, then find $\vec{r}$.

25. Determine if the lines $\vec{r} = (\hat{i} + \hat{j} - \hat{k}) + \lambda(3\hat{i} - \hat{j})$ and $\vec{r} = (4\hat{i} - \hat{k}) + \mu(2\hat{i} + 3\hat{k})$ intersect with each other.

SECTION C

This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. Let $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 12 & 16 & 8 \\ -6 & -8 & -4 \end{bmatrix}$ be two matrices. Then, find the matrix B if AB = C.

27. (a) Differentiate $y = \sin^{-1}(3x - 4x^3)$ w.r.t. x, if $x \in \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$.

OR

(b) Differentiate $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$ with respect to x, when $x \in (0, 1)$.

28. (क) एक छात्र प्राकृत संख्याओं के युग्म (जोड़े) इस प्रकार बनाना चाहता है कि वे समीकरण $2x + y = 41$ को संतुष्ट करते हों, $x, y \in N$ । इस तरह बने संबंध का प्रांत और परिसर ज्ञात कीजिए। जाँच कीजिए कि क्या यह संबंध स्वतुल्य, सममित अथवा संक्रामक है। अत: ज्ञात कीजिए कि क्या यह एक तुल्यता संबंध है अथवा नहीं।

अथवा

(ख) दर्शाइए कि $f(n) = \begin{cases} n-1, & \text{यदि } n \text{ सम है} \\ n+1, & \text{यदि } n \text{ विषम है} \end{cases}$

द्वारा प्रदत्त फलन $f : N \to N$, जहाँ N प्राकृत संख्याओं का समुच्चय है, एकैकी आच्छादी है।

29. रैखिक प्रोग्रामन समस्या पर विचार कीजिए, जहाँ उद्देश्य फलन $Z = (x + 4y)$ का निम्न व्यवरोधों

$$2x + y \geq 1000$$

$$x + 2y \geq 800$$

$$x, y \geq 0$$

के अंतर्गत न्यूनतमीकरण करना है।

सुसंगत क्षेत्र का एक स्वच्छ आलेख बनाइए और Z का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

30. (क) बिंदु $P(2, 4, -1)$ की रेखा $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$ से दूरी ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) माना बिंदुओं A, B और C के स्थिति सदिश क्रमश: $3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ और $\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ हैं। बिंदु A से गुज़रने वाली और BC के समांतर रेखा के सदिश और कार्तीय समीकरण ज्ञात कीजिए।

31. एक व्यक्ति दो स्वतंत्र चयन समितियों I और II का प्रमुख है। यदि उसकी समिति I में ग़लत चयन की प्रायिकता 0·03 तथा समिति II में ग़लत चयन की प्रायिकता 0·01 है, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि इस व्यक्ति ने :

(i) दोनों समितियों में सही चयन किया है।

(ii) केवल एक ही समिति में सही चयन किया है।

28. (a) A student wants to pair up natural numbers in such a way that they satisfy the equation $2x + y = 41$, $x, y \in N$. Find the domain and range of the relation. Check if the relation thus formed is reflexive, symmetric and transitive. Hence, state whether it is an equivalence relation or not.

OR

(b) Show that the function $f : N \to N$, where N is a set of natural numbers, given by $f(n) = \begin{cases} n-1, & \text{if n is even} \\ n+1, & \text{if n is odd} \end{cases}$ is a bijection.

29. Consider the Linear Programming Problem, where the objective function $Z = (x + 4y)$ needs to be minimized subject to constraints

$$2x + y \geq 1000$$

$$x + 2y \geq 800$$

$$x, y \geq 0.$$

Draw a neat graph of the feasible region and find the minimum value of Z.

30. (a) Find the distance of the point $P(2, 4, -1)$ from the line $\frac{x+5}{1} = \frac{y+3}{4} = \frac{z-6}{-9}$.

OR

(b) Let the position vectors of the points A, B and C be $3\hat{i} - \hat{j} - 2\hat{k}$, $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $\hat{i} + 5\hat{j} + 3\hat{k}$ respectively. Find the vector and cartesian equations of the line passing through A and parallel to line BC.

31. A person is Head of two independent selection committees I and II. If the probability of making a wrong selection in committee I is 0·03 and that in committee II is 0·01, then find the probability that the person makes the correct decision of selection :

(i) in both committees

(ii) in only one committee

खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2+1}{(x-1)^2\,(x+3)}\,dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x}\,dx$$

33. वक्र $y = 2 + |x+1|$ का रफ आलेख बनाइए और समाकलन के प्रयोग से वक्र $y = 2 + |x+1|$, $x = -4$, $x = 3$ और $y = 0$ से घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. (क) अवकल समीकरण $x^2y\,dx - (x^3 + y^3)\,dy = 0$ का हल ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) अवकल समीकरण $(1 + x^2)\,\frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ की प्रारंभिक स्थिति $y(0) = 0$ के अंतर्गत हल ज्ञात कीजिए।

35. मान लीजिए कि दर्पण के पॉलिश किए हुए भाग, रेखा $\frac{x}{1} = \frac{1-y}{-2} = \frac{2z-4}{6}$ के अनुदिश है। दर्पण से कुछ दूरी पर एक बिंदु $P(1, 6, 3)$ का प्रतिबिम्ब दर्पण के पीछे बनता है। प्रतिबिम्ब बिंदु के निर्देशांक तथा बिंदु P और उसके प्रतिबिम्ब के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Find :

$$\int \frac{x^2 + 1}{(x-1)^2 (x+3)} \, dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x} \, dx$$

33. Draw a rough sketch for the curve $y = 2 + |x + 1|$. Using integration, find the area of the region bounded by the curve $y = 2 + |x + 1|$, $x = -4$, $x = 3$ and $y = 0$.

34. (a) Solve the differential equation : $x^2 y \, dx - (x^3 + y^3) \, dy = 0$.

OR

(b) Solve the differential equation $(1 + x^2) \frac{dy}{dx} + 2xy - 4x^2 = 0$ subject to initial condition $y(0) = 0$.

35. Let the polished side of the mirror be along the line $\frac{x}{1} = \frac{1-y}{-2} = \frac{2z-4}{6}$.

A point P(1, 6, 3), some distance away from the mirror, has its image formed behind the mirror. Find the coordinates of the image point and the distance between the point P and its image.

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. तीन विद्यार्थी नेहा, रानी और सैम स्टेशनरी का सामान खरीदने के लिए बाज़ार जाते हैं। नेहा ने 4 पेन, 3 कापियाँ और 2 रबड़, ₹ 60 देकर खरीदे। रानी ने 2 पेन, 4 कापियाँ और 6 रबड़, ₹ 90 देकर खरीदे। सैम ने ₹ 70 में 6 पेन, 2 कापियाँ और 3 रबड़ खरीदे।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) प्रत्येक वस्तु का मूल्य ज्ञात करने की समस्या को हल करने के लिए आवश्यक समीकरण बनाइए और इनको आव्यूह रूप AX = B में व्यक्त कीजिए। *1*

(ii) |A| ज्ञात कीजिए और पुष्टि कीजिए कि क्या A^{-1} ज्ञात करना संभव है। *1*

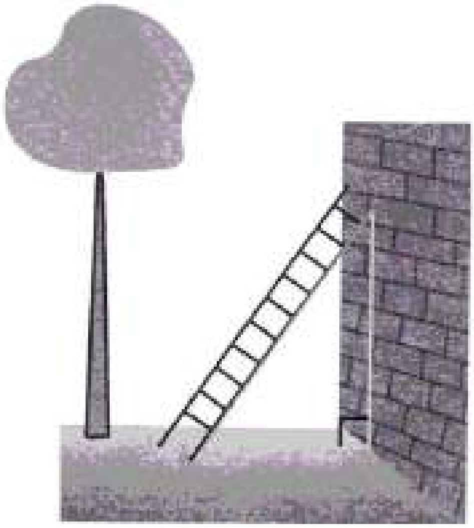
(iii) (क) यदि संभव है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए और X ज्ञात करने के लिए सूत्र लिखिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) $A^2 - 8I$, जहाँ I एक तत्समक आव्यूह है, ज्ञात कीजिए। *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37.



निश्चित लंबाई 'h' की एक सीढ़ी दीवार के साथ इस प्रकार लगाई जाती है कि वह दीवार की ऊँचाई के साथ चलने के लिए स्वतंत्र है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) एक निश्चित क्षण में दीवार और सीढ़ी के निचले हिस्से के बीच की दूरी (y) को 'h' और दीवार पर ऊँचाई (x) के रूप में व्यक्त कीजिए। इसके अलावा, एक पर्यवेक्षक द्वारा किनारे से देखे गए समकोण त्रिभुज के क्षेत्रफल (A) के लिए एक अभिव्यक्ति, h तथा x के पदों में लिखिए। *1*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. Three students, Neha, Rani and Sam go to a market to purchase stationery items. Neha buys 4 pens, 3 notepads and 2 erasers and pays ₹ 60. Rani buys 2 pens, 4 notepads and 6 erasers for ₹ 90. Sam pays ₹ 70 for 6 pens, 2 notepads and 3 erasers.

Based upon the above information, answer the following questions :

(i) Form the equations required to solve the problem of finding the price of each item, and express it in the matrix form AX = B. *1*

(ii) Find $|A|$ and confirm if it is possible to find A^{-1}. *1*

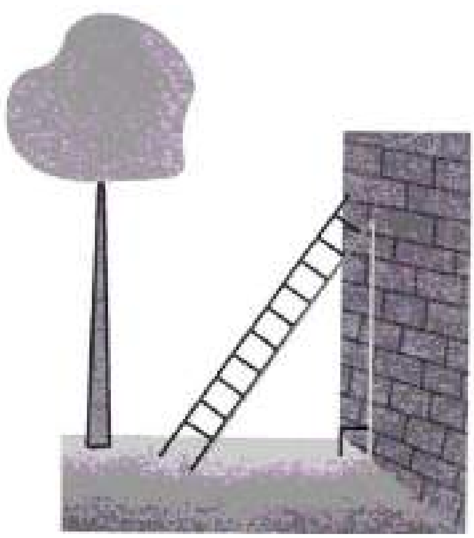
(iii) (a) Find A^{-1}, if possible, and write the formula to find X. *2*

OR

(iii) (b) Find $A^2 - 8I$, where I is an identity matrix. *2*

Case Study – 2

37.



A ladder of fixed length 'h' is to be placed along the wall such that it is free to move along the height of the wall.

Based upon the above information, answer the following questions :

(i) Express the distance (y) between the wall and foot of the ladder in terms of 'h' and height (x) on the wall at a certain instant. Also, write an expression in terms of h and x for the area (A) of the right triangle, as seen from the side by an observer. *1*

(ii) दीवार पर ऊँचाई (x) के सापेक्ष, क्षेत्रफल (A) का अवकलज ज्ञात कीजिए और इसका क्रांतिक बिंदु भी ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) दर्शाइए कि क्रांतिक बिंदु पर, समकोण त्रिभुज का क्षेत्रफल (A) अधिकतम होगा। *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि 5 m लम्बी सीढ़ी का पाद, दीवार की ओर इस प्रकार खींचा जा रहा है कि दूरी (y) घटने की दर 2 m/s है, तो दीवार पर ऊँचाई (x) किस दर से बढ़ रही है, जब सीढ़ी का पाद दीवार से 3 m दूर है ? *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. इलेक्ट्रॉनिक सामान बेचने वाली एक दुकान, केवल तीन प्रतिष्ठित कंपनियों A, B और C के स्मार्टफोन बेचती है क्योंकि उनके दोषपूर्ण स्मार्टफोन बनाने की प्रायिकताएँ केवल क्रमश: 5%, 4% और 2% हैं। उसकी सूची में, उसके पास कंपनी A के 25% स्मार्टफोन, कंपनी B के 35% स्मार्टफोन और कंपनी C के 40% स्मार्टफोन हैं।

एक व्यक्ति इस दुकान से एक स्मार्टफोन खरीदता है।

(i) इस फोन के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए। *2*

(ii) यह दोषपूर्ण स्मार्टफोन, कंपनी B के द्वारा उत्पादित किए जाने की प्रायिकता क्या है ? *2*

(ii) Find the derivative of the area (A) with respect to the height on the wall (x), and find its critical point. *1*

(iii) (a) Show that the area (A) of the right triangle is maximum at the critical point. *2*

OR

(iii) (b) If the foot of the ladder whose length is 5 m, is being pulled towards the wall such that the rate of decrease of distance (y) is 2 m/s, then at what rate is the height on the wall (x) increasing, when the foot of the ladder is 3 m away from the wall ? *2*

Case Study – 3

38. A shop selling electronic items sells smartphones of only three reputed companies A, B and C because chances of their manufacturing a defective smartphone are only 5%, 4% and 2% respectively. In his inventory he has 25% smartphones from company A, 35% smartphones from company B and 40% smartphones from company C.

A person buys a smartphone from this shop.

(i) Find the probability that it was defective. *2*

(ii) What is the probability that this defective smartphone was manufactured by company B ? *2*

Series : ZWY7X **SET~1**

प्रश्न-पत्र कोड
Q.P. Code **65/7/1**

रोल नं.
Roll No.

परीक्षार्थी प्रश्न-पत्र कोड को उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर अवश्य लिखें।
Candidates must write the Q.P. Code on the title page of the answer-book.

गणित
MATHEMATICS

*निर्धारित समय : **3** घण्टे* *अधिकतम अंक : **80***

*Time allowed : **3** hours* *Maximum Marks : **80***

	नोट		NOTE
(I)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ **23** हैं।	(I)	Please check that this question paper contains **23** printed pages.
(II)	प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए प्रश्न-पत्र कोड को परीक्षार्थी उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।	(II)	Q.P. Code given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
(III)	कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं।	(III)	Please check that this question paper contains **38** questions.
(IV)	**कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, उत्तर-पुस्तिका में यथा स्थान पर प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।**	(IV)	**Please write down the Serial Number of the question in the answer-book at the given place before attempting it.**
(V)	इस प्रश्न-पत्र को पढ़ने के लिए 15 मिनट का समय दिया गया है। प्रश्न-पत्र का वितरण पूर्वाह्न में 10.15 बजे किया जाएगा। 10.15 बजे से 10.30 बजे तक परीक्षार्थी केवल प्रश्न-पत्र को पढ़ेंगे और इस अवधि के दौरान वे उत्तर-पुस्तिका पर कोई उत्तर नहीं लिखेंगे।	(V)	15 minute time has been allotted to read this question paper. The question paper will be distributed at 10.15 a.m. From 10.15 a.m. to 10.30 a.m., the candidates will read the question paper only and will not write any answer on the answer-book during this period. #

सामान्य निर्देश :

निम्नलिखित निर्देशों को बहुत सावधानी से पढ़िए और उनका सख़्ती से पालन कीजिए :

(i) इस प्रश्न-पत्र में **38** प्रश्न हैं। **सभी** प्रश्न **अनिवार्य** हैं।

(ii) यह प्रश्न-पत्र **पाँच** खण्डों में विभाजित है – **क, ख ग, घ** एवं **ङ**।

(iii) **खण्ड क** में प्रश्न संख्या **1** से **18** तक बहुविकल्पीय (MCQ) तथा प्रश्न संख्या **19** एवं **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित **1** अंक के प्रश्न हैं।

(iv) **खण्ड ख** में प्रश्न संख्या **21** से **25** तक अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के **2** अंकों के प्रश्न हैं।

(v) **खण्ड ग** में प्रश्न संख्या **26** से **31** तक लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के **3** अंकों के प्रश्न हैं।

(vi) **खण्ड घ** में प्रश्न संख्या **32** से **35** तक दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के **5** अंकों के प्रश्न हैं।

(vii) **खण्ड ङ** में प्रश्न संख्या **36** से **38** तक प्रकरण अध्ययन आधारित **4** अंकों के प्रश्न हैं।

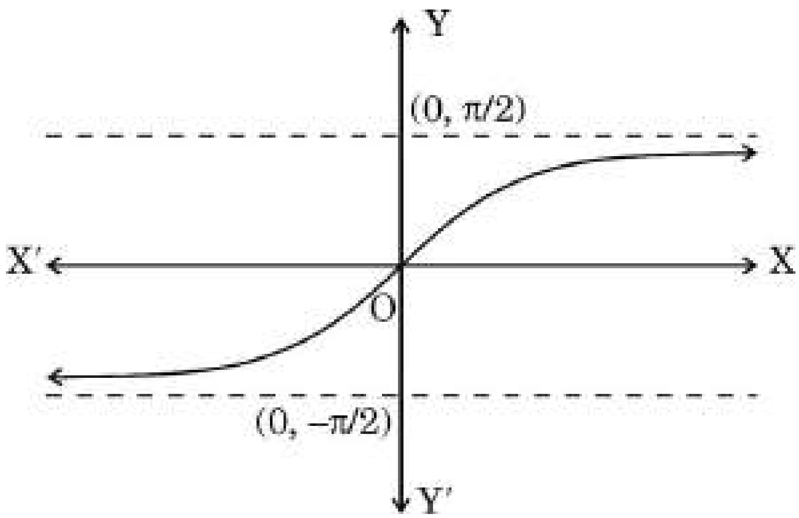
(viii) प्रश्न-पत्र में समग्र विकल्प नहीं दिया गया है। यद्यपि, खण्ड ख के 2 प्रश्नों में, खण्ड ग के 3 प्रश्नों में, खण्ड घ के 2 प्रश्नों में तथा खण्ड ङ के 2 प्रश्नों में आंतरिक विकल्प का प्रावधान दिया गया है।

(ix) कैल्कुलेटर का उपयोग **वर्जित** है।

खण्ड क

इस खण्ड में बहुविकल्पीय प्रश्न (MCQ) हैं, जिनमें प्रत्येक प्रश्न 1 अंक का है।

1. नीचे दिया गया ग्राफ दर्शाता है :



(A) $y = \tan^{-1} x$ को (B) $y = \text{cosec}^{-1} x$ को

(C) $y = \cot^{-1} x$ को (D) $y = \sec^{-1} x$ को

2. $f(x) = \cos^{-1} x + \sin x$ का प्रांत है :

(A) R (B) (–1, 1)

(C) [–1, 1] (D) ϕ

General Instructions :

Read the following instructions very carefully and strictly follow them :

(i) *This question paper contains **38** questions. **All** questions are **compulsory**.*

(ii) *This question paper is divided into **five** Sections – **A, B, C, D** and **E**.*

(iii) *In **Section A,** Questions no. **1** to **18** are multiple choice questions (MCQs) and questions number **19** and **20** are Assertion-Reason based questions of **1** mark each.*

(iv) *In **Section B,** Questions no. **21** to **25** are very short answer (VSA) type questions, carrying **2** marks each.*

(v) *In **Section C,** Questions no. **26** to **31** are short answer (SA) type questions, carrying **3** marks each.*

(vi) *In **Section D,** Questions no. **32** to **35** are long answer (LA) type questions carrying **5** marks each.*

(vii) *In **Section E,** Questions no. **36** to **38** are case study based questions carrying **4** marks each.*

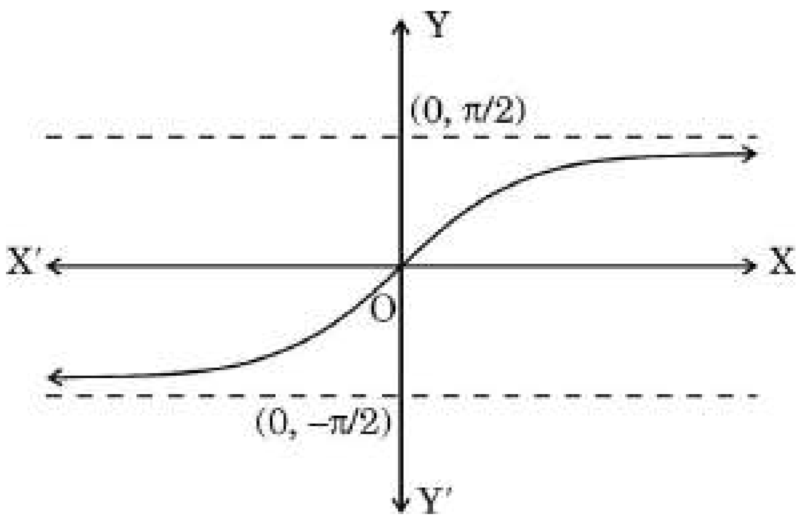
(viii) *There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in 2 questions in Section B, 3 questions in Section C, 2 questions in Section D and 2 questions in Section E.*

(ix) *Use of calculator is **not** allowed.*

SECTION A

This section comprises multiple choice questions (MCQs) of 1 mark each.

1. The given graph illustrates :



(A) $y = \tan^{-1} x$ (B) $y = \text{cosec}^{-1} x$

(C) $y = \cot^{-1} x$ (D) $y = \sec^{-1} x$

2. Domain of $f(x) = \cos^{-1} x + \sin x$ is :

(A) R (B) $(-1, 1)$

(C) $[-1, 1]$ (D) ϕ

3. 3×3 कोटि के ऐसे संभव आव्यूहों की कुल संख्या कितनी होगी जिनकी प्रत्येक प्रविष्टि $\sqrt{2}$ या $\sqrt{3}$ है ?

(A) 9 (B) 512
(C) 615 (D) 64

4. आव्यूह $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{5} \end{bmatrix}$ है एक :

(A) अदिश आव्यूह (B) तत्समक आव्यूह
(C) शून्य आव्यूह (D) सममित आव्यूह

5. यदि कोटि 3 के दो वर्ग आव्यूहों A और B के लिए $|A| = 3$ और $|B| = 5$ हैं, तो $|2AB|$ है :

(A) 30 (B) 120
(C) 15 (D) 225

6. माना A, कोटि 3 का एक वर्ग आव्यूह है। यदि $|A| = 5$ है, तो $|\text{adj } A|$ है :

(A) 5 (B) 125
(C) 25 (D) -5

7. यदि $\begin{bmatrix} 2x-1 & 3x \\ 0 & y^2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 12 \\ 0 & 35 \end{bmatrix}$ है, तो $(x - y)$ का मान है :

(A) 2 या 10 (B) -2 या 10
(C) 2 या -10 (D) -2 या -10

8. यदि $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{यदि } x \le 3 \\ ax + b, & \text{यदि } 3 < x < 5, \\ 7, & \text{यदि } 5 \le x \end{cases}$

R में संतत है, तो a और b के मान हैं :

(A) $a = 3,\ b = -8$ (B) $a = 3,\ b = 8$
(C) $a = -3,\ b = -8$ (D) $a = -3,\ b = 8$

9. यदि $f(x) = -2x^8$ है, तो सही कथन है :

(A) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ (B) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -f'\left(-\frac{1}{2}\right)$

(C) $-f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$ (D) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -f\left(-\frac{1}{2}\right)$

3. What is the total number of possible matrices of order 3 × 3 with each entry as $\sqrt{2}$ or $\sqrt{3}$?

(A) 9 (B) 512

(C) 615 (D) 64

4. The matrix $A = \begin{bmatrix} \sqrt{3} & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{5} \end{bmatrix}$ is a/an :

(A) scalar matrix (B) identity matrix

(C) null matrix (D) symmetric matrix

5. If A and B are two square matrices each of order 3 with $|A| = 3$ and $|B| = 5$, then $|2AB|$ is :

(A) 30 (B) 120

(C) 15 (D) 225

6. Let A be a square matrix of order 3. If $|A| = 5$, then $|\text{adj } A|$ is :

(A) 5 (B) 125

(C) 25 (D) – 5

7. If $\begin{bmatrix} 2x-1 & 3x \\ 0 & y^2-1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+3 & 12 \\ 0 & 35 \end{bmatrix}$, then the value of $(x - y)$ is :

(A) 2 or 10 (B) – 2 or 10

(C) 2 or – 10 (D) – 2 or – 10

8. If $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{if} \quad x \leq 3 \\ ax+b, & \text{if} \quad 3 < x < 5 \\ 7, & \text{if} \quad 5 \leq x \end{cases}$ is continuous in R, then the values of a and b are :

(A) $a = 3,\ b = -8$ (B) $a = 3,\ b = 8$

(C) $a = -3,\ b = -8$ (D) $a = -3,\ b = 8$

9. If $f(x) = -2x^8$, then the correct statement is :

(A) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = f'\left(-\frac{1}{2}\right)$ (B) $f'\left(\frac{1}{2}\right) = -f'\left(-\frac{1}{2}\right)$

(C) $-f'\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(-\frac{1}{2}\right)$ (D) $f\left(\frac{1}{2}\right) = -f\left(-\frac{1}{2}\right)$

10. एक गोलाकार गेंद का परिवर्तनशील व्यास $\frac{5}{2}(3x + 1)$ है। जब $x = 1$ है, तब x के सापेक्ष इसके आयतन के परिवर्तन की दर है :

(A) 225π (B) 300π

(C) 375π (D) 125π

11. यदि $f : R \to R$, $f(x) = 2x - \sin x$ द्वारा परिभाषित फलन है, तो f :

(A) एक ह्रासमान फलन है (B) एक वर्धमान फलन है

(C) का अधिकतम, $x = \frac{\pi}{2}$ पर है (D) का अधिकतम, $x = 0$ पर है

12. $\int \frac{e^{9 \log x} - e^{8 \log x}}{e^{6 \log x} - e^{5 \log x}} dx$ बराबर है :

(A) $x + C$ (B) $\frac{x^2}{2} + C$

(C) $\frac{x^4}{4} + C$ (D) $\frac{x^3}{3} + C$

13. फलन f(x) के लिए, निम्नलिखित में से कौन-सा सही है ?

(A) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b f(a + b - x)\, dx$

(B) $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$, यदि f एक सम फलन है

(C) $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, यदि f एक विषम फलन है

(D) $\int_0^{2a} f(x)\, dx = \int_0^a f(x)\, dx - \int_0^a f(2a + x)\, dx$

10. A spherical ball has a variable diameter $\frac{5}{2}(3x + 1)$. The rate of change of its volume w.r.t. x, when x = 1, is :

(A) 225π (B) 300π

(C) 375π (D) 125π

11. If $f : R \rightarrow R$ is defined as $f(x) = 2x - \sin x$, then f is :

(A) a decreasing function (B) an increasing function

(C) maximum at $x = \frac{\pi}{2}$ (D) maximum at x = 0

12. $\int \frac{e^{9 \log x} - e^{8 \log x}}{e^{6 \log x} - e^{5 \log x}} dx$ is equal to :

(A) x + C (B) $\frac{x^2}{2} + C$

(C) $\frac{x^4}{4} + C$ (D) $\frac{x^3}{3} + C$

13. For a function f(x), which of the following holds true ?

(A) $\int_a^b f(x)\, dx = \int_a^b f(a + b - x)\, dx$

(B) $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$, if f is an even function

(C) $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_0^a f(x)\, dx$, if f is an odd function

(D) $\int_0^{2a} f(x)\, dx = \int_0^a f(x)\, dx - \int_0^a f(2a + x)\, dx$

14. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4-e^{2x}}}\,dx$ बराबर है :

(A) $\frac{1}{2}\cos^{-1}(e^x) + C$
(B) $\frac{1}{2}\sin^{-1}(e^x) + C$
(C) $\frac{e^x}{2} + C$
(D) $\sin^{-1}\left(\frac{e^x}{2}\right) + C$

15. एक छात्र दीवार के एक सिरे से दूसरे सिरे तक रस्सियों को एक दूसरे के समांतर बाँधने का प्रयास करता है । यदि एक रस्सी सदिश $3\hat{i} + 15\hat{j} + 6\hat{k}$ के अनुदिश और दूसरी रस्सी सदिश $2\hat{i} + 10\hat{j} + \lambda\hat{k}$ के अनुदिश है, तो λ का मान है :

(A) 6
(B) 1
(C) $\frac{1}{4}$
(D) 4

16. यदि किन्हीं दो सदिशों $\vec{a}$ और $\vec{b}$ के लिए $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ है, तो सदिश $\vec{a}$ और $\vec{b}$:

(A) लंबवत सदिश हैं
(B) एक दूसरे के समान्तर हैं
(C) मात्रक सदिश हैं
(D) संरेख सदिश हैं

17. यदि $P(A) = \frac{1}{7}$, $P(B) = \frac{5}{7}$ और $P(A \cap B) = \frac{4}{7}$ है, तो $P(\bar{A} \mid B)$ है :

(A) $\frac{6}{7}$
(B) $\frac{3}{4}$
(C) $\frac{4}{5}$
(D) $\frac{1}{5}$

18. एक सिक्का उछाला जाता है और 52 ताश की अच्छी तरह से फेंटी हुई गड्डी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला जाता है। सिक्के पर चित और गड्डी से तस्वीर वाला पत्ता आने की प्रायिकता है :

(A) $\frac{2}{13}$
(B) $\frac{3}{26}$
(C) $\frac{19}{26}$
(D) $\frac{3}{13}$

14. $\int \frac{e^x}{\sqrt{4 - e^{2x}}} \, dx$ is equal to :

(A) $\frac{1}{2} \cos^{-1} (e^x) + C$

(B) $\frac{1}{2} \sin^{-1} (e^x) + C$

(C) $\frac{e^x}{2} + C$

(D) $\sin^{-1} \left(\frac{e^x}{2} \right) + C$

15. A student tries to tie ropes, parallel to each other from one end of the wall to the other. If one rope is along the vector $3\hat{i} + 15\hat{j} + 6\hat{k}$ and the other is along the vector $2\hat{i} + 10\hat{j} + \lambda\hat{k}$, then the value of λ is :

(A) 6

(B) 1

(C) $\frac{1}{4}$

(D) 4

16. If $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a} - \vec{b}|$ for any two vectors, then vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ are :

(A) orthogonal vectors

(B) parallel to each other

(C) unit vectors

(D) collinear vectors

17. If $P(A) = \frac{1}{7}$, $P(B) = \frac{5}{7}$ and $P(A \cap B) = \frac{4}{7}$, then $P(\bar{A} \mid B)$ is :

(A) $\frac{6}{7}$

(B) $\frac{3}{4}$

(C) $\frac{4}{5}$

(D) $\frac{1}{5}$

18. A coin is tossed and a card is selected at random from a well shuffled pack of 52 playing cards. The probability of getting head on the coin and a face card from the pack is :

(A) $\frac{2}{13}$

(B) $\frac{3}{26}$

(C) $\frac{19}{26}$

(D) $\frac{3}{13}$

*प्रश्न संख्या **19** और **20** अभिकथन एवं तर्क आधारित प्रश्न हैं । दो कथन दिए गए हैं, जिनमें एक को अभिकथन (A) तथा दूसरे को तर्क (R) द्वारा अंकित किया गया है । इन प्रश्नों के सही उत्तर नीचे दिए गए कोडों (A), (B), (C) और (D) में से चुनकर दीजिए ।*

(A) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं और तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या करता है ।

(B) अभिकथन (A) और तर्क (R) दोनों सही हैं, परन्तु तर्क (R), अभिकथन (A) की सही व्याख्या ***नहीं*** करता है ।

(C) अभिकथन (A) सही है, परन्तु तर्क (R) ग़लत है ।

(D) अभिकथन (A) ग़लत है, परन्तु तर्क (R) सही है ।

19. *अभिकथन (A) :* $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$, $x = 0$ पर संतत है ।

तर्क (R) : जब $x \to 0$, $\sin \frac{1}{x}$, -1 और 1 के बीच एक परिमित मान है ।

20. *अभिकथन (A) :* $\sec^{-1} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$ के मानों का समुच्चय एक रिक्त (शून्य) समुच्चय है ।

तर्क (R) : $\sec^{-1} x$ परिभाषित है, $x \in R - (-1, 1)$ के लिए ।

खण्ड ख

इस खण्ड में 5 अति लघु-उत्तरीय (VSA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 2 अंक हैं ।

21. माना कि $f : A \to B$, $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$ द्वारा परिभाषित फलन है, जहाँ $A = R - \{3\}$ और $B = R - \{1\}$. फलन के एकैकी-आच्छादी होने पर चर्चा कीजिए ।

22. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ है, तो दर्शाइए कि $A^2 - 4A + 7I = 0$.

*Questions number **19** and **20** are Assertion and Reason based questions. Two statements are given, one labelled Assertion (A) and the other labelled Reason (R). Select the correct answer from the codes (A), (B), (C) and (D) as given below.*

(A) Both Assertion (A) and Reason (R) are true and Reason (R) is the correct explanation of the Assertion (A).

(B) Both Assertion (A) and Reason (R) are true, but Reason (R) is ***not*** the correct explanation of the Assertion (A).

(C) Assertion (A) is true, but Reason (R) is false.

(D) Assertion (A) is false, but Reason (R) is true.

19. *Assertion (A) :* $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x} & , x \neq 0 \\ 0 & , x = 0 \end{cases}$ is continuous at $x = 0$.

Reason (R) : When $x \to 0$, $\sin \frac{1}{x}$ is a finite value between -1 and 1.

20. *Assertion (A) :* Set of values of $\sec^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ is a null set.

Reason (R) : $\sec^{-1} x$ is defined for $x \in R - (-1, 1)$.

SECTION B

This section comprises 5 Very Short Answer (VSA) type questions of 2 marks each.

21. Let $f : A \to B$ be defined by $f(x) = \frac{x-2}{x-3}$, where $A = R - \{3\}$ and $B = R - \{1\}$.

Discuss the bijectivity of the function.

22. If $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, then show that $A^2 - 4A + 7I = 0$.

23. (क) x के सापेक्ष, $\left(\frac{5^x}{x^5}\right)$ का अवकलन कीजिए।

अथवा

(ख) यदि $-2x^2 - 5xy + y^3 = 76$ है, तो $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

24. एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या में, उद्देश्य फलन $Z = 5x + 4y$ को निम्नलिखित व्यवरोधों के अंतर्गत अधिकतमीकरण करना है :

$$3x + y \le 6, \quad x \le 1, \quad x, y \ge 0$$

इस रैखिक प्रोग्रामन समस्या को ग्राफ पर व्यक्त कीजिए और सुसंगत क्षेत्र को छायांकित करके इसके कोनीय बिन्दुओं को अंकित कीजिए।

25. (क) 10 समान ब्लॉकों को चिह्नित किया गया है। उनमें से दो को '0' से, तीन को '1' से, चार को '2' से और एक को '3' से चिह्नित किया गया है और एक बॉक्स में रखा गया है। यदि X ब्लॉक पर लिखी गई संख्या को दर्शाता है, तो X का प्रायिकता बंटन लिखिए और इसका माध्य परिकलित कीजिए।

अथवा

(ख) 8000 व्यक्तियों के एक गाँव में, 3000 व्यक्ति काम करने के लिए गाँव से बाहर जाते हैं और गाँव में 4000 स्त्रियाँ हैं। इन स्त्रियों में से 30% गाँव के बाहर काम करने के लिए जाती हैं। एक व्यक्ति को यादृच्छया चुना जाता है। चुना गया व्यक्ति, या तो एक स्त्री है या गाँव से बाहर जाकर काम करने वाला एक व्यक्ति है, इसकी प्रायिकता क्या है ?

खण्ड ग

इस खण्ड में 6 लघु-उत्तरीय (SA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 3 अंक हैं।

26. (क) दर्शाइए कि $f : R \to R$, $f(x) = 4x^3 - 5$, $\forall\ x \in R$ द्वारा परिभाषित फलन एकैकी और आच्छादक है।

अथवा

(ख) माना R, प्राकृत संख्याओं के समुच्चय N, एक संबंध इस प्रकार परिभाषित है

$R = \{(x, y) :$ xy एक प्राकृत संख्या का वर्ग है, $x, y \in N\}$.

ज्ञात कीजिए कि क्या संबंध R एक तुल्यता संबंध है।

23. (a) Differentiate $\left(\frac{5^x}{x^5}\right)$ with respect to x.

OR

(b) If $-2x^2 - 5xy + y^3 = 76$, then find $\frac{dy}{dx}$.

24. In a Linear Programming Problem, the objective function $Z = 5x + 4y$ needs to be maximised under constraints $3x + y \leq 6$, $x \leq 1$, $x, y \geq 0$. Express the LPP on the graph and shade the feasible region and mark the corner points.

25. (a) 10 identical blocks are marked with '0' on two of them, '1' on three of them, '2' on four of them and '3' on one of them and put in a box. If X denotes the number written on the block, then write the probability distribution of X and calculate its mean.

OR

(b) In a village of 8000 people, 3000 go out of the village to work and 4000 are women. It is noted that 30% of women go out of the village to work. What is the probability that a randomly chosen individual is either a woman or a person working outside the village ?

SECTION C

This section comprises 6 Short Answer (SA) type questions of 3 marks each.

26. (a) Show that the function $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = 4x^3 - 5$, $\forall\, x \in R$ is one-one and onto.

OR

(b) Let R be a relation defined on a set N of natural numbers such that $R = \{(x, y) : xy \text{ is a square of a natural number, } x, y \in N\}$. Determine if the relation R is an equivalence relation.

27. (क) मान लीजिए कि $2x + 5y - 1 = 0$ और $3x + 2y - 7 = 0$ दो रेखाओं के समीकरण निरूपित करते हैं जिन पर चींटियाँ जमीन पर चल रही हैं। आव्यूह विधि से, इन चींटियों के रास्तों पर आने वाला एक सामान्य बिन्दु ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) दिन I पर एक दुकानदार 50 रसायन विज्ञान, 60 भौतिक विज्ञान और 35 गणित की पुस्तकें बेचता है और दिन II पर वह 40 रसायन विज्ञान, 45 भौतिक विज्ञान और 50 गणित की पुस्तकें बेचता है। यदि इन पुस्तकों का विक्रय मूल्य प्रति पुस्तक ₹ 150 (रसायन विज्ञान), ₹ 175 (भौतिक विज्ञान) और ₹ 180 (गणित) हो, तो आव्यूह विधि के प्रयोग से दो दिनों की कुल बिक्री ज्ञात कीजिए। यदि इन सभी पुस्तकों का कुल क्रय मूल्य ₹ 35,000 है, तो दो दिन की बिक्री के बाद कितना लाभ हुआ है ?

28. x के सापेक्ष $y = \sqrt{\log\left\{\sin\left(\frac{x^3}{3} - 1\right)\right\}}$ का अवकलन कीजिए।

29. 289 गुणनफल वाले धनात्मक पूर्णांकों के सभी युग्मों में से ज्ञात कीजिए कि दोनों संख्याओं के किस युग्म का योगफल सबसे कम है।

30. रैखिक प्रोग्रामन समस्या में उद्देश्य फलन $Z = 18x + 10y$ का न्यूनतम मान,
निम्न व्यवरोधों

$$4x + y \geq 20$$
$$2x + 3y \geq 30$$
$$x, y \geq 0$$

के अंतर्गत ज्ञात कीजिए।

31. (क) सदिश $\vec{b} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ और $\vec{c} = \lambda\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ के योगफल के एक मात्रक सदिश के साथ, सदिश $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ का अदिश गुणनफल 1 है। λ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

(ख) निम्नलिखित रेखाओं के बीच न्यूनतम दूरी ज्ञात कीजिए :

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$$
$$\vec{r} = (\hat{i} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k})$$

27. (a) Let $2x + 5y - 1 = 0$ and $3x + 2y - 7 = 0$ represent the equations of two lines on which the ants are moving on the ground. Using matrix method, find a point common to the paths of the ants.

OR

(b) A shopkeeper sells 50 Chemistry, 60 Physics and 35 Maths books on day I and sells 40 Chemistry, 45 Physics and 50 Maths books on day II. If the selling price for each such subject book is ₹ 150 (Chemistry), ₹ 175 (Physics) and ₹ 180 (Maths), then find his total sale in two days, using matrix method. If cost price of all the books together is ₹ 35,000, what profit did he earn after the sale of two days ?

28. Differentiate $y = \sqrt{\log \left\{ \sin \left(\frac{x^3}{3} - 1 \right) \right\}}$ with respect to x.

29. Amongst all pairs of positive integers with product as 289, find which of the two numbers add up to the least.

30. In the Linear Programming Problem for objective function $Z = 18x + 10y$ subject to constraints

$$4x + y \geq 20$$

$$2x + 3y \geq 30$$

$$x, y \geq 0$$

find the minimum value of Z.

31. (a) The scalar product of the vector $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ with a unit vector along sum of vectors $\vec{b} = 2\hat{i} - 4\hat{j} + 5\hat{k}$ and $\vec{c} = \lambda\hat{i} - 2\hat{j} - 3\hat{k}$ is equal to 1. Find the value of λ.

OR

(b) Find the shortest distance between the lines :

$$\vec{r} = (2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}) + \lambda(\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k})$$

$$\vec{r} = (\hat{i} + 4\hat{k}) + \mu(3\hat{i} - 6\hat{j} + 9\hat{k}).$$

खण्ड घ

इस खण्ड में 4 दीर्घ-उत्तरीय (LA) प्रकार के प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 5 अंक हैं।

32. (क) ज्ञात कीजिए :

$$\int \frac{x^2+1}{(x^2+2)(2x^2+1)}\, dx$$

अथवा

(ख) मान ज्ञात कीजिए :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x}\, dx$$

33. एक महिला ने 8 cm त्रिज्या वाली एक वृत्ताकार मेज़ के शीर्ष पर एक सीधी रेखा में एक खरोंच देखी। उसने टेबल टॉप को चार समान चतुर्थांशों में विभाजित किया और पाया कि मूल-बिंदु से गुज़रने वाली खरोंच x-अक्ष की धनात्मक दिशा के साथ वामावर्त दिशा में $\frac{\pi}{4}$ के एक कोण पर झुकी हुई है। समाकलन विधि के प्रयोग से, पहले चतुर्थांश में, x-अक्ष, खरोंच तथा वृत्ताकार मेज़ के शीर्ष से परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

34. अवकल समीकरण $\frac{dy}{dx} = \cos x - 2y$ को हल कीजिए।

35. (क) रेखा $\frac{2x+4}{6} = \frac{y+1}{2} = \frac{-2z+6}{-4}$ पर एक बिन्दु Q ज्ञात कीजिए जो बिंदु P(1, 2, 3) से $3\sqrt{2}$ की दूरी पर है।

अथवा

(ख) रेखा $\frac{2x-4}{2} = \frac{y}{2} = \frac{2-z}{3}$ में बिंदु (–1, 5, 2) का प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए। दिए गए बिंदु और प्रतिबिम्ब बिंदु को मिलाने वाले रेखाखंड की लम्बाई ज्ञात कीजिए।

SECTION D

This section comprises 4 Long Answer (LA) type questions of 5 marks each.

32. (a) Find :

$$\int \frac{x^2+1}{(x^2+2)(2x^2+1)}\, dx$$

OR

(b) Evaluate :

$$\int_0^{\pi} \frac{x \tan x}{\sec x + \tan x}\, dx$$

33. A woman discovered a scratch along a straight line on a circular table top of radius 8 cm. She divided the table top into 4 equal quadrants and discovered the scratch passing through the origin inclined at an angle $\frac{\pi}{4}$ anticlockwise along the positive direction of x-axis. Find the area of the region enclosed by the x-axis, the scratch and the circular table top in the first quadrant, using integration.

34. Solve the differential equation $\frac{dy}{dx} = \cos x - 2y$.

35. (a) Find the point Q on the line $\frac{2x+4}{6} = \frac{y+1}{2} = \frac{-2z+6}{-4}$ at a distance of $3\sqrt{2}$ from the point P(1, 2, 3).

OR

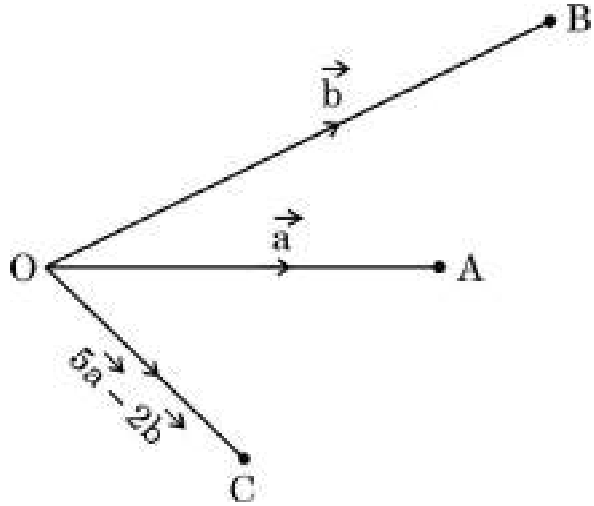
(b) Find the image of the point (–1, 5, 2) in the line $\frac{2x-4}{2} = \frac{y}{2} = \frac{2-z}{3}$. Find the length of the line segment joining the points (given point and the image point).

खण्ड ङ

इस खण्ड में 3 प्रकरण अध्ययन आधारित प्रश्न हैं, जिनमें प्रत्येक के 4 अंक हैं।

प्रकरण अध्ययन – 1

36. तीन मित्र A, B और C अपने गंतव्य तक पहुँचने के लिए एक ही समय में एक ही स्थान O से तीन अलग-अलग दिशाओं में निकलते हैं। वे सीधे रास्ते पर निकलते हैं और तय करते हैं कि A और B अपने गंतव्य पर पहुँचने के बाद C से उसके पूर्व-निर्धारित गंतव्य पर मिलेंगे, A से C और B से C तक क्रमश: $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ और $\overrightarrow{OC} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ सीधे रास्ते का अनुसरण करते हुए।



उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) संबंधित सदिशों के साथ उनकी संपूर्ण गति योजना को समझाने के लिए दिए गए चित्र को पूरा कीजिए। *1*

(ii) सदिश $\overrightarrow{AC}$ तथा $\overrightarrow{BC}$ ज्ञात कीजिए। *1*

(iii) (क) यदि $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, O से A की दूरी 1 km और O से B की दूरी 2 km है, तो $\overrightarrow{OA}$ और $\overrightarrow{OB}$ के बीच के कोण को ज्ञात कीजिए। $|\vec{a} \times \vec{b}|$ भी ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

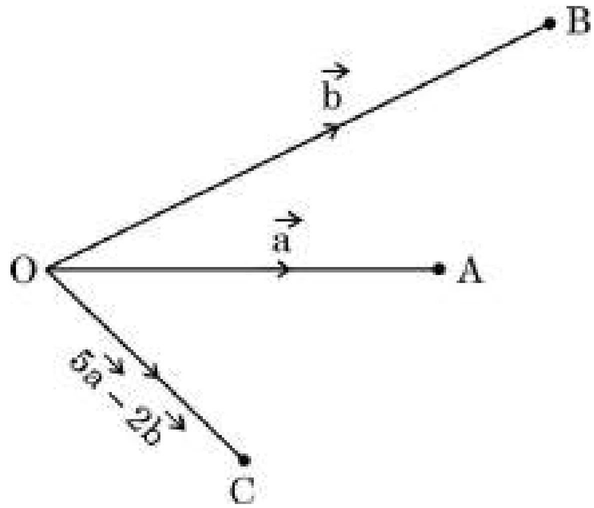
(iii) (ख) यदि $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$ है, तो एक मात्रक सदिश जो $(\vec{a} + \vec{b})$ और $(\vec{a} - \vec{b})$ दोनों के लम्बवत हो, ज्ञात कीजिए। *2*

SECTION E

This section comprises 3 case study based questions of 4 marks each.

Case Study – 1

36. Three friends A, B and C move out from the same location O at the same time in three different directions to reach their destinations. They move out on straight paths and decide that A and B after reaching their destinations will meet up with C at his predecided destination, following straight paths from A to C and B to C in such a way that $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ and $\overrightarrow{OC} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$ respectively.



Based upon the above information, answer the following questions :

(i) Complete the given figure to explain their entire movement plan along the respective vectors. *1*

(ii) Find vectors $\overrightarrow{AC}$ and $\overrightarrow{BC}$. *1*

(iii) (a) If $\vec{a} \cdot \vec{b} = 1$, distance of O to A is 1 km and that from O to B is 2 km, then find the angle between $\overrightarrow{OA}$ and $\overrightarrow{OB}$. Also, find $|\vec{a} \times \vec{b}|$. *2*

OR

(iii) (b) If $\vec{a} = 2\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{j} - \hat{k}$, then find a unit vector perpendicular to $(\vec{a} + \vec{b})$ and $(\vec{a} - \vec{b})$. *2*

प्रकरण अध्ययन – 2

37. कपूर एक मोमी, रंगहीन तीव्र सुगंध वाला ठोस पदार्थ है जो ऊर्ध्वपातन की प्रक्रिया के माध्यम से खुले में छोड़े जाने पर कमरे के तापमान पर वाष्पित हो जाता है।

(बेलनाकार-आकार की कपूर की गोलियाँ)

एक बेलनाकार कपूर टैबलेट जिसकी ऊँचाई उसकी त्रिज्या (r) के बराबर है, हवा के संपर्क में आने पर वाष्पित हो जाती है, जिससे उसके आयतन में कमी की दर उसके कुल पृष्ठीय क्षेत्रफल के समानुपाती होती है। इस प्रकार अवकल समीकरण $\frac{dV}{dt} = kS$ है, जहाँ V आयतन, S पृष्ठीय क्षेत्रफल है और समय t घंटों में है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) दिए गए अवकल समीकरण की कोटि व घात ज्ञात कीजिए। *1*

(ii) दिए गए अवकल समीकरण में $V = \pi r^3$ तथा $S = 2\pi r^2$ लेने पर अवकल समीकरण $\frac{dr}{dt} = \frac{2}{3}k$ प्राप्त होता है। इस अवकल समीकरण को हल कीजिए, दिया गया है कि $r(0) = 5$ mm. *1*

(iii) (क) यदि यह दिया गया है कि $t = 1$ घंटे पर $r = 3$ mm है, तो k का मान ज्ञात कीजिए। अत: $r = 0$ mm के लिए t ज्ञात कीजिए। *2*

अथवा

(iii) (ख) यदि यह दिया गया है कि $t = 1$ घंटे पर $r = 1$ mm है, तो k का मान ज्ञात कीजिए। अत: $r = 0$ mm के लिए t ज्ञात कीजिए। *2*

Case Study – 2

37. Camphor is a waxy, colourless solid with strong aroma that evaporates through the process of sublimation, if left in the open at room temperature.

(Cylindrical-shaped Camphor tablets)

A cylindrical camphor tablet whose height is equal to its radius (r) evaporates when exposed to air such that the rate of reduction of its volume is proportional to its total surface area. Thus, $\frac{dV}{dt} = kS$ is the differential equation, where V is the volume, S is the surface area and t is the time in hours.

Based upon the above information, answer the following questions :

(i) Write the order and degree of the given differential equation. *1*

(ii) Substituting $V = \pi r^3$ and $S = 2\pi r^2$, we get the differential equation $\frac{dr}{dt} = \frac{2}{3}k$. Solve it, given that r(0) = 5 mm. *1*

(iii) (a) If it is given that r = 3 mm when t = 1 hour, find the value of k. Hence, find t for r = 0 mm. *2*

OR

(iii) (b) If it is given that r = 1 mm when t = 1 hour, find the value of k. Hence, find t for r = 0 mm. *2*

प्रकरण अध्ययन – 3

38. एक अस्पताल में नियमित चिकित्सा जाँच के परिणामों के आधार पर, यह पाया गया कि 1000 लोगों में से 700 बहुत स्वस्थ थे, 200 का स्वास्थ्य औसत बना रहा और 100 का स्वास्थ्य रिकॉर्ड खराब था।

माना A_1 : अच्छे स्वास्थ्य वाले लोग,

A_2 : औसतन स्वास्थ्य वाले लोग,

और A_3 : खराब स्वास्थ्य वाले लोग हैं।

एक महामारी के दौरान, डेटा से पता चलता है कि श्रेणी A_1, A_2 और A_3 के लोगों की बीमारियों से संपर्क करने की संभावना क्रमश: 25%, 35% और 50% है।

उपर्युक्त सूचना के आधार पर, निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर दीजिए :

(i) एक व्यक्ति की जाँच यादृच्छया की जाती है। इस व्यक्ति के बीमारी के संपर्क में आने की प्रायिकता कितनी है ? *2*

(ii) दिया गया है कि यह व्यक्ति बीमारी के संपर्क में नहीं आया है, तो इस व्यक्ति के श्रेणी A_2 से आने की प्रायिकता क्या है ? *2*

Case Study – 3

38. Based upon the results of regular medical check-ups in a hospital, it was found that out of 1000 people, 700 were very healthy, 200 maintained average health and 100 had a poor health record.

Let A_1 : People with good health,

A_2 : People with average health,

and A_3 : People with poor health.

During a pandemic, the data expressed that the chances of people contracting the disease from category A_1, A_2 and A_3 are 25%, 35% and 50%, respectively.

Based upon the above information, answer the following questions :

(i) A person was tested randomly. What is the probability that he/she has contracted the disease ? *2*

(ii) Given that the person has not contracted the disease, what is the probability that the person is from category A_2 ? *2*