PUBDET–2017

Subject : Mathematics

Time Allowed : 1Hour 30 Minutes. *Maximum Marks* : 100

11003089

Booklet No. .....

INSTRUCTIONS

Candidates should read the following instructions carefully before answering the questions:

1. This question paper contains **50** MCQ type objective questions. Each question has four answer options given, viz. A, B, C and D.
2. Only one answer is correct. Correct answer will fetch full marks 2. Incorrect answer or any combinations of more than one answer will fetch – ½ mark. No answer will fetch 0 mark.
3. Questions must be answered on OMR sheet by darkening the appropriate bubble marked A, B, C, or D.
4. Use only **Black/Blue ball point pen** to mark the answer by complete filling up of the respective bubbles.
5. Mark the answers only in the space provided. Do not make any stray mark on the OMR.
6. Write question booklet number and your roll number carefully in the specified locations of the **OMR**. Also fill appropriate bubbles.
7. Write your name (in block letter), name of the examination centre and put your full signature in appropriate boxes in the OMR.
8. The **OMR**s will be processed by electronic means. Hence it is liable to become invalid if there is any mistake in the questions booklet number or roll number entered or if there is any mistake in filling corresponding bubbles. Also it may become invalid if there is any discrepancy in the name of the candidate, name of the examination centre, signature of the candidate vis-a-vis what is given in the candidate's admit card. The **OMR** may also become invalid due to folding or putting stray marks on it or any damage to it. the consequence of such invalidation due to incorrect marking or careless handling by the candidate will be sole responsibility of candidate.
9. Rough work must be done on the question paper itself. Additional blank pages are given in the question paper for rough work.
10. Handover the OMR to the invigilator before leaving the Examination Hall.

$\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ respectively denote the set of natural numbers, the set of rational numbers, the set of real numbers and the set of complex numbers. $[x]$ denotes the gretest integer less than or equal to x.

1. Let $a,b,c \in \mathbb{R}$ with $abc=1$. Then which one of the following is true?

(A) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}>1$

(B) Exactly one of the numbers $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}$ is more than 1

(C) At most two of the numbers $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}$ are greater than 1

(D) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b} \leq 1$

2. Let a,b,c be nonzero real numbers such that $a+b+c=0$ and $a^3+b^3+c^3=a^5+b^5+c^5$. Then $a^2+b^2+c^2=$

(A) $\frac{6}{5}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{5}$

3. $\left[(111)^{\frac{1}{n}}\right]$ divides 111 is true, for

(A) finitely many positive integers n

(B) $n \geq 4$

(C) $n \geq 7$

(D) $n \geq 6$

$\mathbb{N}, \mathbb{Q}, \mathbb{R}, \mathbb{C}$ যথাক্রমে স্বাভাবিক সংখ্যার, মূলদ সংখ্যার, বাস্তব সংখ্যার ও জটিল রাশির সেট্‌কে সূচিত করে। $[x]$ সবচেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা $\leq x$ কে সূচিত করে।

1. ধরা যাক $a,b,c \in \mathbb{R}$, $abc=1$. তাহলে নিম্নলিখিত কোন্‌টি সত্যি?

(A) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}>1$

(B) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}$ -এর মধ্যে কেবলমাত্র একটি >1

(C) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b}$ -এর মধ্যে সর্বাধিক দুটি >1

(D) $2a-\frac{1}{b}, 2b-\frac{1}{c}, 2c-\frac{1}{b} \leq 1$

2. ধরা যাক শূন্য নয় তিনটি বাস্তব সংখ্যা a,b,c এরূপ যে $a+b+c=0$ এবং $a^3+b^3+c^3=a^5+b^5+c^5$. তাহলে $a^2+b^2+c^2=$

(A) $\frac{6}{5}$

(B) $\frac{3}{5}$

(C) $\frac{1}{3}$

(D) $\frac{1}{5}$

3. n-এর কোন মান-এর জন্য $\left[(111)^{\frac{1}{n}}\right]$ ভাগ করে 111কে?

(A) বহু সসীম (finite) ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n-এর জন্য

(B) $n \geq 4$

(C) $n \geq 7$

(D) $n \geq 6$

4. A real polynomial $f(x)$ is a sum of squares of real polynomials, if

(A) $f(x)=x^3+px^2+qx+r$ has a complex root.

(B) $f(x)>0$ for all $x\in\mathbb{R}$.

(C) $f(x)=x^2+px+q$ has a real root.

(D) $f(x)=x^5+px^4+qx^3+rx^2+sx+t$ has exactly one real root.

5. Let $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be a twice differentiable function with $f(1)=1, f(2)=4, f(3)=9, f(4)=16$. Which of the following intervals must contain an x such that $f''(x)=2$?

(A) (1,2)
(B) (2,4)
(C) Both
(D) Neither

6. Let $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\in\mathbb{R}$ be such that $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$ and $\max_{1\le i<j\le 5}|a_i-a_j|\le 1$. Which one of the following is the most appropriate?

(A) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 10$

(B) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 2$

(C) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 1$

(D) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 3$

7. The number of positive integers (m,n) for which $\binom{m}{n}=1984$ is

(A) 4
(B) 2
(C) 1
(D) 6

4. একটি বহুপদী বাস্তব রাশিমালা $f(x)$, বহুপদী বাস্তব রাশিমালাগুলির বর্গের যোগফল হয়, যদি

(A) $f(x)=x^3+px^2+qx+r$ -এর একটি জটিল বীজ থাকে।

(B) $f(x)>0$ প্রত্যেক $x\in\mathbb{R}$-এর জন্য।

(C) $f(x)=x^2+px+q$ -এর একটি বাস্তব বীজ থাকে।

(D) $f(x)=x^5+px^4+qx^3+rx^2+sx+t$ -এর কেবল মাত্র একটি বাস্তব বীজ থাকে।

5. ধরা যাক, $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ দুইবার অবকলনযোগ্য একটি অপেক্ষক, $f(1)=1, f(2)=4, f(3)=9, f(4)=16$. নিম্নলিখিত কোন অন্তরালটির মধ্যে একটি x থাকবে যাহাতে $f''(x)=2$?

(A) (1,2)
(B) (2,4)
(C) উভয়ই
(D) দুটির কোনোটিই নয়

6. ধরি $a_1,a_2,a_3,a_4,a_5\in\mathbb{R}$ এরূপ যে $a_1+a_2+a_3+a_4+a_5=0$ এবং $\max_{1\le i<j\le 5}|a_i-a_j|\le 1$. নিম্নলিখিত কোনটি সর্বোপরি সঠিক ?

(A) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 10$

(B) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 2$

(C) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 1$

(D) $\sum_{i=1}^{5}a_i^2\le 3$

7. যে সব ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা (m,n) যাহার জন্য $\binom{m}{n}=1984$ হয়, সে সব সংখ্যার সংখ্যাটি হল

(A) 4
(B) 2
(C) 1
(D) 6

8. The value of $(1-\tan 1°)(1-\tan 2°)(1-\tan 89°)$ will be

(A) 2^{44}

(B) 0

(C) 2^{22}

(D) -2^{44}

9. The number of functions from the set $\{1,2,.....,k\}$ to the set $\{1,2,.....,n\}$ is

(A) k

(B) n^k

(C) k^n

(D) kn

10. Consider the polynomial, $p(x)=(x+a_1)(x+a_2)....(x+a_{10})$, where a_i is a real number for each $i=1,2,....,10$. Suppose the coeffcients of $p(x)$ are all positive. Then

(A) Each a_i must be positive.

(B) $p'(x)$ must have imaginary roots.

(C) all roots of $p'(x)$ must be real and positive.

(D) all roots of $p''(x)$ must be real and positive.

11. For $\theta_1,\theta_2,....,\theta_{51} \in \mathbb{R}$, let $A(\theta_1,\theta_2,....,\theta_{51})$ be the average of the complex numbers $e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2},....,e^{i\theta_{51}}$; where $i=\sqrt{-1}$. The maximum and minimum of $|A|$ are

(A) 51,0

(B) 1,0

(C) 1,1

(D) 51,1

8. $(1-\tan 1°)(1-\tan 2°)(1-\tan 89°)$ এর মান হবে

(A) 2^{44}

(B) 0

(C) 2^{22}

(D) -2^{44}

9. $\{1,2,.....,k\}$ সেট্ থেকে $\{1,2,.....,n\}$ সেটের মধ্যে অপেক্ষকের সংখ্যা হল

(A) k

(B) n^k

(C) k^n

(D) kn

10. ধরা যাক বহুপদী রাশিমালা $p(x)=(x+a_1)(x+a_2)....(x+a_{10})$-এর সহগগুলি ধনাত্মক, যেখানে প্রত্যেক $i=1,2,....,10$-এর জন্য a_i একটি বাস্তব সংখ্যা। তাহলে

(A) প্রত্যেক a_i অবশ্যই ধনাত্মক।

(B) $p'(x)$-এর অবশ্যই কাল্পনিক বীজ আছে।

(C) $p'(x)$-এর সব বীজগুলি অবশ্যই বাস্তব এবং ধনাত্মক।

(D) $p''(x)$-এর সব বীজগুলি অবশ্যই বাস্তব এবং ধনাত্মক।

11. $\theta_1,\theta_2,....,\theta_{51} \in \mathbb{R}$-এর জন্য ধরা যাক $A(\theta_1,\theta_2,....,\theta_{51})$ হল $e^{i\theta_1}, e^{i\theta_2},....,e^{i\theta_{51}}$। জটিল রাশিগুলির গড়, যেখানে $i=\sqrt{-1}$। $|A|$-এর সর্বোচ্চ এবং সর্বনিম্ন মান হল

(A) 51,0

(B) 1,0

(C) 1,1

(D) 51,1

12. If z is a pure imaginary number, then

(A) $\sqrt{z}$ is real.

(B) $\sqrt{z}$ is pure imaginary.

(C) $\sqrt{z}$ has both real and imaginary parts.

(D) $|\sqrt{z}|=1$.

13. Solution to the system $\begin{matrix}3x-2y+6=0\\ 3y=\frac{9}{2}x+9\end{matrix}$ is

(A) $\left(1,-\frac{3}{2}\right)$.

(B) infinitely many.

(C) no solution.

(D) none of the above.

14. a and b are integers greater than 2. $4a$ is square of one number and $9ab$ is the cube of one number. The smallest possible value of $a + b$ is

(A) 10.

(B) 8.

(C) 12.

(D) 7.

15. If $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin[x]}{[x]}, & [x]\neq 0\\ 0 & [x]=0\end{cases}$ where $[x]$ denotes the greatest integer less than or equal to $[x]$, then $\lim_{x\to 0} f(x)$ is

(A) 0.

(B) 1.

(C) ∞.

(D) does not exist.

12. যদি z একটি বিশুদ্ধ কাল্পনিক সংখ্যা হয়, তাহলে

(A) $\sqrt{z}$ হয় বাস্তব।

(B) $\sqrt{z}$ হয় বিশুদ্ধ কাল্পনিক।

(C) $\sqrt{z}$ -এর বাস্তব এবং কাল্পনিক ভাগ রয়েছে।

(D) $|\sqrt{z}|=1$।

13. $\begin{matrix}3x-2y+6=0\\ 3y=\frac{9}{2}x+9\end{matrix}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান

(A) $\left(1,-\frac{3}{2}\right)$।

(B) অসংখ্য।

(C) কোনো সমাধান নেই।

(D) উপরের কোনোটিই নয়।

14. a এবং b হয় পূর্ণসংখ্যা >2। $4a$ হয় একটি সংখ্যার বর্গ এবং $9ab$ হয় একটি সংখ্যার ঘন। তাহলে $a+b$ -এর সম্ভাব্য ক্ষুদ্রতম মান হল

(A) 10।

(B) 8।

(C) 12।

(D) 7।

15. যদি $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin[x]}{[x]}, & [x]\neq 0\\ 0 & [x]=0\end{cases}$ যেখানে, $[x]$ সবচেয়ে বড় পূর্ণসংখ্যা $\leq x$-কে সূচিত করে, তাহলে $\lim_{x\to 0} f(x)$

(A) 0।

(B) 1।

(C) ∞।

(D) অস্তিত্ব নেই।

16. $\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\cos t\,dt}{x\sin x}$ is

(A) 1.

(B) $\frac{3}{2}$.

(C) ∞.

(D) does not exist.

17. $\frac{1}{1+x^{(b-1)}+x^{(c-a)}}+\frac{1}{1+x^{(a-b)}+x^{(c-b)}}+\frac{1}{1+x^{(b-c)}+x^{(a-c)}}=?$

(A) -1.

(B) 0.

(C) 1.

(D) $x^{-(a+b+c)}$.

18. If M and N are two 3×3 matrices such that $MN=NM$. Further if $M\neq N^2$ and $M^2=N^4$ then

(A) $\det(M^2+MN^2)=0$.

(B) $\det(M^2+MN^2)\geq 10$.

(C) $\det(M^2+MN^2)=2$.

(D) none of the above.

19. $f:[a,b]\to[1,\infty]$ be a continuous function and let $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ be define as $g(x)\begin{cases}0 & x<a,\\ \int_a^x f(t)dt, & a\leq x\leq b,\\ \int_a^b f(t)dt, & x>b.\end{cases}$

Then

(A) $g(x)$ is continuous and not differentiable at a or b.

(B) $g(x)$ is differentiable in $\mathbb{R}$.

(C) $g(x)$ is continuous and differentiable at $[a,b]$.

(D) $g(x)$ is continuous and differentiable at a or b.

16. $\lim_{x\to 0}\frac{\int_0^{x^2}\cos t\,dt}{x\sin x}$ -এর মান

(A) 1।

(B) $\frac{3}{2}$।

(C) ∞।

(D) অস্তিত্ব নেই।

17. $\frac{1}{1+x^{(b-1)}+x^{(c-a)}}+\frac{1}{1+x^{(a-b)}+x^{(c-b)}}+\frac{1}{1+x^{(b-c)}+x^{(a-c)}}=?$

(A) -1।

(B) 0।

(C) 1।

(D) $x^{-(a+b+c)}$।

18. M এবং N দুটি 3×3 matrix এরূপ যে $MN=NM$. যদি $M\neq N^2$ এবং $M^2=N^4$ হয়, তাহলে

(A) $\det(M^2+MN^2)=0$।

(B) $\det(M^2+MN^2)\geq 10$।

(C) $\det(M^2+MN^2)=2$।

(D) উপরের কোনোটিই নয়।

19. $f:[a,b]\to[1,\infty]$ একটি সন্তত অপেক্ষক এবং ধরা যাক $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)\begin{cases}0 & x<a,\\ \int_a^x f(t)dt, & a\leq x\leq b,\\ \int_a^b f(t)dt, & x>b.\end{cases}$ তাহলে

(A) $g(x)$ একটি সন্তত এবং a অথবা b-তে অবকলনযোগ্য নয়।

(B) $g(x)$, $\mathbb{R}$-এ অবকলনযোগ্য অপেক্ষক।

(C) $g(x)$ সন্তত এবং $[a,b]$-তে অবকলনযোগ্য অপেক্ষক।

(D) $g(x)$ একটি সন্তত এবং a অথবা b-তে অবকলনযোগ্য অপেক্ষক।

20. Let the complex numbers α and $\frac{1}{\bar{\alpha}}$ lie on the circles $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ and $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=4r^2$ respectively. If $z_0=x_0+iy_0$ satisfy $2|z|^2=r^2+2$, then $|\alpha|$ is

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(D) $\frac{1}{3}$

21. If $\sin(y+z-x)$; $\sin(z+x-y)$; $\sin(x+y-z)$ are in A.P. then $\tan x$, $\tan y$, $\tan z$ are in

(A) A.P.

(B) G.P.

(C) H.P.

(D) none of the above.

22. The sum of $1\cdot2+2\cdot2^2+3\cdot2^3+.....+100\cdot2^{100}$ is

(A) $99\cdot2^{99}+2$.

(B) $99\cdot2^{101}+2$.

(C) $99\cdot2^{110}+2$.

(D) $99\cdot2^{111}+2$.

23. $\lim_{x\to1}\frac{x+x^2+.....+x^n-n}{x-1}=?$

(A) n

(B) $\frac{n+1}{2}$

(C) $\frac{n(n+1)}{2}$

(D) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

20. ধরা যাক α এবং $\frac{1}{\bar{\alpha}}$ জটিল রাশিগুলি $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2$ এবং $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=4r^2$ বৃত্তগুলির ওপর যথাক্রমে অবস্থিত। যদি $z_0=x_0+iy_0$ satisfy $2|z|^2=r^2+2$, তাহলে $|\alpha|$ হল

(A) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{\sqrt{7}}$

(D) $\frac{1}{3}$

21. যদি $\sin(y+z-x)$; $\sin(z+x-y)$; $\sin(x+y-z)$ সমান্তর প্রগতিতে থাকে, তাহলে $\tan x$, $\tan y$, $\tan z$ রয়েছে

(A) সমান্তর প্রগতিতে।

(B) গুণোত্তর প্রগতিতে।

(C) হরাত্মক (Harmonic) প্রগতিতে।

(D) উপরের কোনোটিই নয়।

22. $1\cdot2+2\cdot2^2+3\cdot2^3+.....+100\cdot2^{100}=$

(A) $99\cdot2^{99}+2$।

(B) $99\cdot2^{101}+2$।

(C) $99\cdot2^{110}+2$।

(D) $99\cdot2^{111}+2$।

23. $\lim_{x\to1}\frac{x+x^2+.....+x^n-n}{x-1}=?$

(A) n

(B) $\frac{n+1}{2}$

(C) $\frac{n(n+1)}{2}$

(D) $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$

24. Let $f(x)$ be a continuous function such that the area bounded by the curve $y=f(x)$, x-axis and the lines $x=0$ and $x=a$ is $1+\frac{a^2}{2}\sin a$. Then

(A) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1+\frac{\pi^2}{8}$

(B) $f(a)=a\sin a+\frac{a^2}{2}\cos a$

(C) $f(a)=1+\frac{a^2}{2}\sin a$

(D) none of the above

25. The area of the polygon whose vertices are the roots of the polynomial $1+z+z^2+..+z^{n-1}=0$ and the point $z=1$ in the complex plane is

(A) $\frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$

(B) $n\sin\frac{2\pi}{n}$

(C) $n\cos\frac{2\pi}{n}$

(D) $2n\sin\frac{2\pi}{n}$

26. The smallest positive integer n such that $\frac{24^n}{n!}$ is not an integer is

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

27. The GCD of $(2n+9)$ and $(6n^2+11n-2)$ for a fixed natural number $n=13$ is

(A) 5

(B) 7

(C) 35

(D) 70

24. ধরা যাক $f(x)$ একটি সন্তত অপেক্ষক এরূপ যে $y=f(x)$, x-অক্ষ এবং $x=0$, $x=a$ দ্বারা সীমাবদ্ধ ক্ষেত্রটির ক্ষেত্রফল $1+\frac{a^2}{2}\sin a$। তাহলে

(A) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1+\frac{\pi^2}{8}$

(B) $f(a)=a\sin a+\frac{a^2}{2}\cos a$

(C) $f(a)=1+\frac{a^2}{2}\sin a$

(D) উপরের কোনোটিই নয়

25. যে বহুভুজটির শীর্ষবিন্দুগুলি হল জটিল তলে $1+z+z^2+..+z^{n-1}=0$ রাশিমালাটির বীজসমূহ এবং $z=1$ বিন্দু, সেই বহুভুজটির ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{n}{2}\sin\frac{2\pi}{n}$

(B) $n\sin\frac{2\pi}{n}$

(C) $n\cos\frac{2\pi}{n}$

(D) $2n\sin\frac{2\pi}{n}$

26. ক্ষুদ্রতম ধনাত্মক পূর্ণসংখ্যা n যাহার জন্য $\frac{24^n}{n!}$ পূর্ণসংখ্যা নয়

(A) 4

(B) 5

(C) 6

(D) 7

27. একটি নির্দিষ্ট স্বাভাবিক সংখ্যা $n=13$-এর জন্য $(2n+9)$ এবং $(6n^2+11n-2)$ -এর গ.সা.গু. হল

(A) 5

(B) 7

(C) 35

(D) 70

28. A point $x \in \mathbb{R}$ is a limit point a subset E of the reals if there is a sequence $\{x_n\}$ of distinct points from E such that $\lim_{n \to +\infty}(x_n) = x$. Which of the following sets contains all its limit points in $\mathbb{R}$?

(A) $(0,1) \cup \{2\}$

(B) $(0,1)$

(C) $(-\infty, 1)$

(D) $[0,1]$

29. The function $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \in \mathbb{Q} \\ x & \text{if } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ is

(A) discontinuous everywhere.

(B) continuous at every rational.

(C) continuous at every irrational.

(D) continuous only at 0.

30. Choose the correct option to complete the sentence: If three complex numbers z_1, z_2, z_3 are in arithmetic progression then

(A) z_1, z_2, z_3 lie on a circle.

(B) z_1, z_2, z_3 lie on a line where z_2 is the midpoint of the line segment joining z_1 and z_3.

(C) z_1 is the reflection of z_3 about the real axis.

(D) The area of the triangle formed by z_1, z_2, z_3 is strictly positive.

31. If x is real and $k = \dfrac{(x^2 - x + 1)}{(x^2 + x + 1)}$ then

(A) $\dfrac{1}{3} \leq k \leq 3$

(B) $k \geq 5$

(C) $k \leq -5$

(D) $k \leq 0$

28. একটি বিন্দু $x \in \mathbb{R}$ -কে বলা হয়, $\mathbb{R}$ -এর subset E-এর একটি সীমাবিন্দু (limit point) যদি E থেকে ভিন্ন বিন্দুর একটি অনুক্রম (Sequence) পাওয়া যায় যাহাতে $\lim_{n \to +\infty}(x_n) = x$ হয়। নিম্নলিখিত কোন সেটটির মধ্যে উহার প্রত্যেকটি সীমাবিন্দু রয়েছে?

(A) $(0,1) \cup \{2\}$

(B) $(0,1)$

(C) $(-\infty, 1)$

(D) $[0,1]$

29. $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{if } x \in \mathbb{Q} \\ x & \text{if } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \end{cases}$ অপেক্ষকটি

(A) সর্বত্র অসন্তত।

(B) প্রত্যেক মূলদ সংখ্যায় সন্তত।

(C) প্রত্যেক অমূলদ সংখ্যায় সন্তত।

(D) শুধুমাত্র 0-তে সন্তত।

30. যদি তিনটি জটিল রাশি z_1, z_2, z_3 সমান্তর প্রগতিতে থাকে, তাহলে

(A) z_1, z_2, z_3 একটি বৃত্তের ওপর অবস্থিত।

(B) z_1, z_2, z_3 একটি সরলরেখার ওপর অবস্থিত যেখানে z_2 হল z_1 ও z_3 দ্বারা খণ্ডিত রেখাংশটির মধ্যবিন্দু।

(C) z_1 হল বাস্তব অক্ষের সাপেক্ষে z_3-এর প্রতিফলন।

(D) z_1, z_2, z_3 দ্বারা গঠিত ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল যথার্থ (strictly) ধনাত্মক।

31. যদি x বাস্তব এবং $k = \dfrac{(x^2 - x + 1)}{(x^2 + x + 1)}$ হয়, তাহলে

(A) $\dfrac{1}{3} \leq k \leq 3$

(B) $k \geq 5$

(C) $k \leq -5$

(D) $k \leq 0$

32. if $\sum_{r=1}^{n} t_r = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ for all integer $n \geq 1$ then $\lim_{x \to +\infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{t_r}$ is

(A) 6

(B) $\frac{3}{2}$

(C) 3

(D) 2

33. The remainder when 32^6 is divided by 7 is

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 1

34. Let f,g and h be real valued functions defined on $[0,1]$ by $f(x)=e^{x^2}+e^{-x^2}$, $g(x)=xe^{x^2}+e^{-x^2}$ and $h(x)=x^2e^{x^2}+e^{-x^2}$. If a,b and c denote respectively the absolute maximum of f, g and h on $[0,1]$, then

(A) $a=b$ and $c \neq b$

(B) $a=c$ and $a \neq b$

(C) $a \neq b$ and $b \neq c$

(D) $a=b=c$

35. The Maximum value of $\frac{1}{\sin^2\theta+3\sin\theta\cos\theta+5\cos^2\theta}$ is

(A) 2

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{9}$

(D) 1

32. যদি সব পূর্ণসংখ্যা $n \geq 1$-এর জন্য $\sum_{r=1}^{n} t_r = \frac{1}{6}n(n+1)(n+2)$ হয়, তাহলে $\lim_{x \to +\infty} \sum_{r=1}^{n} \frac{1}{t_r}$-এর মান

(A) 6

(B) $\frac{3}{2}$

(C) 3

(D) 2

33. 32^6কে 7 দ্বারা ভাগ করলে, ভাগশেষ হল

(A) 3

(B) 4

(C) 5

(D) 1

34. ধরি f,g,h $[0,1] \to \mathbb{R}$ অপেক্ষকগুলি $f(x)=e^{x^2}+e^{-x^2}$, $g(x)=xe^{x^2}+e^{-x^2}$ এবং $h(x)=x^2e^{x^2}+e^{-x^2}$ দ্বারা সংজ্ঞাত। যদি a,b এবং c যথাক্রমে f, g এবং h অপেক্ষকগুলির পরম (absolute) সর্বোচ্চ মানকে সূচিত করে, তাহলে

(A) $a=b$ and $c \neq b$

(B) $a=c$ and $a \neq b$

(C) $a \neq b$ and $b \neq c$

(D) $a=b=c$

35. $\frac{1}{\sin^2\theta+3\sin\theta\cos\theta+5\cos^2\theta}$-এর চরম (maximum) মান হল

(A) 2

(B) $\frac{1}{2}$

(C) $\frac{1}{9}$

(D) 1

36. Let $P=\{\theta:\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\cos\theta\}$ and $Q=\{\theta:\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\theta\}$ be two sets. Then

(A) $P\subseteq Q, Q\backslash P\neq\varnothing$

(B) $Q\not\subseteq P$

(C) $P\not\subseteq Q$

(D) $P=Q$

37. The number of distinct real values of λ, for which the vectors $-\lambda^2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k},\hat{i}-\lambda^2\hat{j}+\hat{k}$ and $\hat{i}+\hat{j}-\lambda^2\hat{k}$ are coplanar is

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

38. The value of $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^3}\int_0^x\frac{t\log(1+t)}{t^4+4}dt$ is

(A) $\frac{1}{12}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{1}{24}$

(D) $\frac{1}{18}$

39. Let (x_0,y_0) be the solution of the following equations $(2x)^{\ln 2}=(3y)^{\ln 3}$ and $3^{\ln x}=2^{\ln y}$. Then the value of x_0 is

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 0

36. ধরা যাক $P=\{\theta:\sin\theta-\cos\theta=\sqrt{2}\cos\theta\}$ এবং $Q=\{\theta:\sin\theta+\cos\theta=\sqrt{2}\sin\theta\}$ দুটি সেট। তাহলে,

(A) $P\subseteq Q, Q\backslash P\neq\varnothing$

(B) $Q\not\subseteq P$

(C) $P\not\subseteq Q$

(D) $P=Q$

37. যেসব ভিন্ন বাস্তব λ, -এর মানের জন্য $-\lambda^2\hat{i}+\hat{j}+\hat{k},\hat{i}-\lambda^2\hat{j}+\hat{k}$ এবং $\hat{i}+\hat{j}-\lambda^2\hat{k}$ ভেক্টর একই তলে অবস্থিত, তা হল

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

38. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1}{x^3}\int_0^x\frac{t\log(1+t)}{t^4+4}dt$ -এর মান

(A) $\frac{1}{12}$

(B) $\frac{1}{6}$

(C) $\frac{1}{24}$

(D) $\frac{1}{18}$

39. ধরা যাক (x_0,y_0) হল $(2x)^{\ln 2}=(3y)^{\ln 3}$ এবং $3^{\ln x}=2^{\ln y}$ সমীকরণদ্বয়ের সমাধান। তাহলে x_0 -এর মান হল

(A) $\frac{1}{6}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) 0

40. Let $f(x)=x^2\cos\frac{\pi}{x}, x\neq 0$ and $f(0)=0$, $(x\in\mathbb{R})$. Then f is

(A) differentiable both at $x=0$ and $x=2$.

(B) differentiable at $x=0$ but differentiable at $x=2$.

(C) differentiable at $x=2$ but not differentiable at $x=0$.

(D) differentiable neither at $x=0$ nor differentiable at $x=2$.

41. Suppose that a, b, c are in A.P. and a^2, b^2, c^2 are in G.P. If $a<b<c$ and $a+b+c=\frac{3}{2}$, then the value of a is

(A) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(B) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

(C) $\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

42. A is the left focus of the hyperbola $x^2-y^2=1$, B and C are points on the right branch of the hyperbola such that ABC is an equilateral triangle. The area of ABC is

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(C) $3\sqrt{3}$

(D) $6\sqrt{3}$

43. Let $0<\theta<\pi$. Then the maximum value of $\sin\frac{\theta}{2}(1+\cos\theta)$ is

(A) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{4}{9}$

40. ধরা যাক $f(x)=x^2\cos\frac{\pi}{x}, x\neq 0$ এবং $f(0)=0$, $(x\in\mathbb{R})$। তাহলে f

(A) $x=0$ এবং $x=2$ তে অবকলনযোগ্য।

(B) $x=0$ তে অবকলনযোগ্য কিন্তু $x=2$ তে নয়।

(C) $x=2$ তে অবকলনযোগ্য কিন্তু $x=0$ তে অবকলনযোগ্য নয়।

(D) $x=0$ এবং $x=2$ দুটোর কোনোটিতে অবকলনযোগ্য নয়।

41. মনে কর a, b, c সমান্তর প্রগতিতে এবং a^2, b^2, c^2 গুণোত্তর প্রগতিতে আছে। যদি $a<b<c$ এবং $a+b+c=\frac{3}{2}$, হয়, তাহলে a -এর মান হল

(A) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$

(B) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

(C) $\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{3}}$

(D) $\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{2}}$

42. A হল $x^2-y^2=1$ পরাবৃত্তটির বাম নাভি (left focus), B এবং C হল পরাবৃত্তটির ডান শাখার (right branch) ওপর অবস্থিত দুটি বিন্দু এরূপ যে ABC হল একটি সমবাহু ত্রিভুজ। ABC-এর ক্ষেত্রফল হল

(A) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(B) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$

(C) $3\sqrt{3}$

(D) $6\sqrt{3}$

43. ধরা যাক $0<\theta<\pi$, তাহলে $\sin\frac{\theta}{2}(1+\cos\theta)$ -এর চরম মান হল

(A) $\frac{4\sqrt{3}}{9}$

(B) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) $\frac{4}{9}$

44. Each digit of a four digit number is one of 1, 2, 3 and 4. Every two adjacent digits are different. The first and the last digits are also different. Moreover the first digit is not greater than any other digit. The number of such four digit numbers is

(A) 20
(B) 28
(C) 30
(D) 32

45. Bob and Alice stand in a line with 12 other people. The probability that there are three people between Bob and Alice is

(A) $\frac{10}{91}$
(B) $\frac{4}{31}$
(C) $\frac{3}{14}$
(D) $\frac{15}{56}$

46. Let $A=\{(x,y)|\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\}$, $B=\{(x,y)|y=mx+c\}$. Then if $A\cap B\neq\emptyset$ for all $m\in\mathbb{R}$, c takes values from

(A) $(-2,2)$
(B) $[-2,2]$
(C) $[-1,1]$
(D) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

47. The base and altitude of a right triangle are obtained by choosing points a randomly from $[0,a]$ and $[0,b]$. The probability that the area of the triangle so formed will be less than $\frac{ab}{4}$ is

(A) $\frac{1+\log 2}{2}$
(B) $\log 2$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) dependent on a and b

44. চার অঙ্কের একটি সংখ্যার প্রত্যেকটি অঙ্ক (digit) হল 1, 2, 3 ও 4-এর মধ্যে একটি। চার অঙ্কের সংখ্যাটির পাশাপাশি থাকা দুটি সংখ্যা ভিন্ন। প্রথম এবং শেষ অঙ্কটিও ভিন্ন। তাছাড়া সংখ্যাটির প্রথম অঙ্কটি অন্য কোনো অঙ্কের চেয়ে বড় নয়। এরূপ চার অঙ্কের সংখ্যাগুলির সংখ্যা হল

(A) 20
(B) 28
(C) 30
(D) 32

45. Bob এবং Alice 12 জন অন্য জনসাধারণের সাথে একটি লাইনে দাঁড়িয়ে আছে। Bob ও Alice এর মাঝে তিনজন ব্যক্তি থাকার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{10}{91}$
(B) $\frac{4}{31}$
(C) $\frac{3}{14}$
(D) $\frac{15}{56}$

46. ধরা যাক $A=\{(x,y)|\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1\}$, $B=\{(x,y)|y=mx+c\}$। যদি প্রত্যহ $m\in\mathbb{R}$ -এর জন্য $A\cap B\neq\emptyset$ হয়, তাহলে c এর মান নিম্নলিখিত কোন অন্তরালের মধ্যে থাকবে?

(A) $(-2,2)$
(B) $[-2,2]$
(C) $[-1,1]$
(D) $[-\sqrt{3},\sqrt{3}]$

47. একটি সমকোণী ত্রিভুজের ভূমি এবং উচ্চতা যথৃচ্ছভাবে বাছাই করা হল $[0,a]$ এবং $[0,b]$ অন্তরাল (interval) থেকে। ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল $\frac{ab}{4}$ -এর চেয়ে কম হওয়ার সম্ভাবনা হল

(A) $\frac{1+\log 2}{2}$
(B) $\log 2$
(C) $\frac{1}{2}$
(D) a এবং b-এর ওপর নির্ভরশীল।

48. If x and n are integers then $(1-x)^n(2-x)^{2n}(3-x)^{3n}(4-x)^{4n}(5-x)^{5n}(6-x)^{6n}$ is

(A) negative when $n > 6$ and $x < 6$

(B) negative when n is odd and $x > 6$

(C) negative when n is a multiple of 3 and $x > 6$

(D) negative when n is even $x < 5$

49. The number of integer points in the planar region bounded by the triangle with vertices (0,0), (t,0) and (0,t) is

(A) $\frac{(t+1)(t+2)}{2}$

(B) t^2+2t

(C) $t(t+1)$

(D) $\frac{t^2+t}{2}$

50. The domain of the function $f(x)=\sqrt{x^2-[x]^2}$ is

(A) $\mathbb{R}$

(B) $[0,\infty)$

(C) $\mathbb{R}\backslash\mathbb{N}$

(D) $[0,\infty)\cup\{-n, n\in\mathbb{N}\}$

48. যদি x এবং n পূর্ণসংখ্যা হয়, তাহলে $(1-x)^n(2-x)^{2n}(3-x)^{3n}(4-x)^{4n}(5-x)^{5n}(6-x)^{6n}$ হল

(A) ঋণাত্মক যখন $n > 6$ এবং $x < 6$

(B) ঋণাত্মক যখন n অযুগ্ম এবং $x > 6$

(C) ঋণাত্মক যখন n হল 3-এর গুণিতক এবং $x > 6$

(D) ঋণাত্মক যখন n হয় যুগ্ম এবং $x < 5$

49. (0,0), (t,0) এবং (0,t) শীর্ষবিন্দুস্থিত ত্রিভুজটির দ্বারা সীমাবদ্ধ তলীয় অঞ্চলটির মধ্যে পূর্ণসংখ্যা বিন্দুর সংখ্যা হল

(A) $\frac{(t+1)(t+2)}{2}$

(B) t^2+2t

(C) $t(t+1)$

(D) $\frac{t^2+t}{2}$

50. $f(x)=\sqrt{x^2-[x]^2}$ অপেক্ষকটির ক্ষেত্র (domain) হল

(A) $\mathbb{R}$

(B) $[0,\infty)$

(C) $\mathbb{R}\backslash\mathbb{N}$

(D) $[0,\infty)\cup\{-n, n\in\mathbb{N}\}$

Space for Rough Work

Space for Rough Work

Space for Rough Work

Space for Rough Work

PUBDET–2017

Subject : Mathematics

সময় ঃ ১ ঘণ্টা ৩০ মিনিট

সর্বাধিক নম্বর ঃ ১০০

Booklet No. .....

নির্দেশাবলী

পরীক্ষার্থীদের উত্তর দেওয়ার পূর্বে নির্দেশাবলী ভাল করে পড়ে নিতে হবে ঃ

১। এই প্রশ্নপত্রে 50টি MCQ ধরনের প্রশ্ন দেওয়া আছে। প্রতিটি প্রশ্নের A, B, C এবং D এই চারটি সম্ভাব্য উত্তর দেওয়া আছে।

২। সঠিক উত্তর দিলে 2 নম্বর পাবে। ভুল উত্তর দিলে অথবা যে কোন একাধিক উত্তর দিলে –½ নম্বর পাবে। কোন উত্তর না দিলে শূন্য পাবে।

৩। OMR পত্রে A, B, C অথবা D চিহ্নিত সঠিক ঘরটি ভরাট করে উত্তর দিতে হবে।

৪। OMR পত্রে উত্তর দিতে শুধুমাত্র কালো/নীল কালির বল পয়েন্ট পেন ব্যবহার করবে।

৫। OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থান ছাড়া অন্য কোন দাগ দেবে না।

৬। OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে প্রশ্নপত্রের নম্বর এবং নিজের রোল নম্বর অতি সাবধানতার সাথে লিখতে হবে এবং প্রয়োজনীয় ঘরগুলি পূরণ করতে হবে।

৭। OMR পত্রে নির্দিষ্ট স্থানে নিজের নাম ও পরীক্ষাকেন্দ্রের নাম লিখতে হবে এবং নিজের সম্পূর্ণ স্বাক্ষর দিতে হবে।

৮। OMR উত্তরপত্রটি ইলেকট্রনিক যন্ত্রের সাহায্যে পড়া হবে। সুতরাং প্রশ্নপত্রের নম্বর বা রোল নম্বর ভুল লিখলে অথবা ভুল ঘর ভরাট করলে উত্তরপত্রটি অনিবার্য কারণে বাতিল হতে পারে। এছাড়া পরীক্ষার্থীর নাম, পরীক্ষাকেন্দ্রের নাম বা স্বাক্ষরে কোন ভুল থাকলেও পত্র বাতিল হয়ে যেতে পারে। OMR উত্তরপত্রটি ভাঁজ হলে বা তাতে অনাবশ্যক দাগ পড়লেও বাতিল হয়ে যেতে পারে। পরীক্ষার্থীর এই ধরনের ভুল বা অসতর্কতার জন্য উত্তরপত্র বাতিল হলে একমাত্র পরীক্ষার্থী নিজেই তার জন্য দায়ী থাকবে।

৯। প্রশ্নপত্রের শেষে রাফ কাজ করার জন্য ফাঁকা জায়গা দেওয়া আছে। অন্য কোন কাগজ এই কাজে ব্যবহার করবে না।

১০। পরীক্ষাকক্ষ ছাড়ার আগে OMR পত্র অবশ্যই পরিদর্শককে দিয়ে যাবে।