CLASS 12

MATHEMATICS

UNIT-2

QUSETION BANK

Assertion-Reason Questions on Matrices

Instructions:

Select the correct option for each Assertion-Reason question.

(A) Both assertion and reason are correct, and the reason is the correct explanation of assertion.

(B) Both assertion and reason are correct, but the reason does not explain the assertion.

(C) Assertion is correct, but the reason is incorrect.

(D) Assertion is incorrect, but the reason is correct.

निर्देश :-

1. प्रत्येक प्रश्न में एक कथन(A) और एक कारण (R) दिया गया है।
2. आपको दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करके सही उत्तर का चयन करना है:

A) A और R दोनों सही हैं, और R, A की सही व्याख्या करता है।

B) A और R दोनों सही हैं, लेकिन R, A की सही व्याख्या नहीं करता।

C) A सही है, लेकिन R गलत है।

D) A गलत है, लेकिन R सही है।

1. कथन (A): प्रत्येक इकाई आव्यूह एक वर्ग आव्यूह होती है।

Assertion (A): Every identity matrix is a square matrix.

कारण (R): एक इकाई आव्यूह की विकर्ण में 1 होते हैं और अन्य सभी स्थानों पर 0 होते हैं।

Reason (R): An identity matrix has 1s along the diagonal and 0s elsewhere.

2. कथन (A): किसी भी आव्यूह और समान क्रम की शून्य आव्यूह का योग वही आव्यूह होता है।

Assertion (A): The sum of any matrix and a zero matrix of the same order is the same matrix.

कारण (R): शून्य आव्यूह , आव्यूह के योग का योगात्मक तत्समक होता है।

Reason (R): The zero matrix is the additive identity of matrix addition.

3. कथन (A): यदि A एक सममित आव्यूह है, तो $A^T = A$ होगा।

Assertion (A): If A is a symmetric matrix, then तो $A^T = A$

कारण (R): सममित आव्यूह का परिवर्त स्वयं आव्यूह के बराबर होता है।

Reason (R): The transpose of a symmetric matrix is equal to the matrix itself.

4. कथन (A): दो अशून्य आव्यूह का गुणनफल एक शून्य आव्यूह हो सकता है।

Assertion (A): The product of two non-zero matrices can be a zero matrix.

कारण (R): आव्यूह गुणा क्रम विनिमेय नहीं होता है।

Reason (R): Matrix multiplication is not commutative.

5. कथन (A): यदि कोई आव्यूह सममित और विषम -सममित दोनों है, तो वह शून्य आव्यूह होगी।

Assertion (A): If a matrix is both symmetric and skew-symmetric, it must be a zero matrix.

कारण (R): कोई आव्यूह A सममित होती है यदि $A^T = A$ हो और विषम -सममित होती है यदि $A^T = -A$ हो।

Reason (R): A matrix A is symmetric if $A^T = A$ and skew-symmetric if $A^T = -A$.

6. कथन (A): किसी व्युत्क्रमणीय आव्यूह का व्युत्क्रम अद्वितीय होता है।

Assertion (A): The inverse of an invertible matrix is unique.

कारण (R): यदि किसी आव्यूह A का व्युत्क्रम B है, तो $AB = BA = I$ होगा।

Reason (R): If a matrix A has an inverse B , then $AB = BA = I$

7. कथन (A): दो सममित आव्यूह का योग हमेशा सममित होता है।

Assertion (A): The sum of two symmetric matrices is always symmetric.

कारण (R): यदि A और B सममित आव्यूह हैं, तो $(A + B)^T = A^T + B^T$ होगा।

Reason (R): If A and B are symmetric matrices, then तो $(A + B)^T = A^T + B^T$

8. कथन (A): किसी सममित आव्यूह का कोई भी अदिश गुणनफल हमेशा सममित होता है।

Assertion (A): A scalar multiple of a symmetric matrix is always symmetric.

कारण (R): यदि A एक सममित आव्यूह है, तो किसी भी अदिश k के लिए $(kA)^T = kA$ होगा।

Reason (R): If A is symmetric matrics, then $(kA)^T = kA$ for any scalar .

9. कथन (A): यदि A और B समान क्रम की दो वर्ग आव्यूह हैं, तो सामान्यतः $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$ होगा।

Assertion (A): If A and B are two square matrices of the same order, then in $(A + B)^2 \neq A^2 + 2AB + B^2$

कारण (R): आव्यूह गुणा प्रायः क्रम विनिमेय नहीं होता है।

Reason (R): Matrix multiplication is not necessarily commutative.

10. कथन (A): यदि A व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो $(A^{-1})^{-1} = A$ होगा।

Assertion (A): If A is an invertible matrix, then $(A^{-1})^{-1} = A$.

कारण (R): किसी व्युत्क्रमणीय आव्यूह का व्युत्क्रम आव्यूह मूल आव्यूह के बराबर होता है।

Reason (R): The inverse of an inverse matrix is equal to the original matrix.

MCQ

1. If a matrix has only one row, it is called a:
   यदि किसी आव्यूह में केवल एक पंक्ति हो, तो उसे क्या कहते हैं?
   (A) Square Matrix (वर्ग आव्यूह)
   (B) Column Matrix (स्तंभ आव्यूह)
   (C) Row Matrix (पंक्ति आव्यूह)
   (D) Identity Matrix (तत्समक आव्यूह)
2. The order of a matrix with 3 rows and 4 columns is:
   3 पंक्तियाँ और 4 स्तंभों वाली आव्यूह का क्रम क्या होगा?
   (A) 3 × 3
   (B) 4 × 3

(C) 3×4
(D) 4×4

3. Which of the following matrices remains unchanged when multiplied by the identity matrix?
निम्नलिखित में से कौन-सी आव्यूह तत्समक आव्यूह से गुणा करने पर अपरिवर्तित रहती है?
(A) Only square matrices (केवल वर्ग आव्यूह)
(B) Only diagonal matrices (केवल विकर्ण आव्यूह)
(C) Any matrix of appropriate order (उचित क्रम की कोई भी आव्यूह)
(D) Only symmetric matrices (केवल सममित आव्यूह)

4. If A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
then A^T (transpose of A) is:
यदि A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
हो, तो A^T क्या होगा?
(A) $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$
(B) $\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$
(C) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$
(D) $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$

5. A square matrix A is called skew symmetric if:
एक वर्ग आव्यूह A को विषम सममित (skew symmetric) कब कहा जाता है?
(A) $A^T = A$
(B) $A^T = -A$
(C) $A^T \times A = I$
(D) $A^T + A = 2I$

6. The sum of two matrices is defined only when:
दो आव्यूह का योग केवल तभी संभव है जब:
(A) Both have the same order (दोनों का क्रम समान हो)
(B) Both are square matrices (दोनों वर्ग आव्यूह हों)
(C) One is a zero matrix (एक शून्य आव्यूह हो)
(D) One is an identity matrix (एक तत्समक आव्यूह हो)

7. If A and B are two matrices, then in general:
यदि A और B दो आव्यूह हैं, तो सामान्यतः:

(A) AB = BA

(B) AB ≠ BA

(C) AB is always symmetric AB हमेशा सममित होता है

(D)AB is always skew symmetric AB हमेशा विषम सममित होता है

8. Which of the following pairs of matrices can have a product that is a zero matrix?
निम्नलिखित में से किन दो आव्यूह का गुणनफल शून्य आव्यूह हो सकता है?

(A) Two non-zero square matrices (दो अशून्य वर्ग आव्यूह)

(B) A zero matrix and an identity matrix (शून्य आव्यूह और तत्समक आव्यूह)

(C) Two symmetric matrices (दो सममित आव्यूह)

(D) Two diagonal matrices (दो विकर्ण आव्यूह)

9. A square matrix A is invertible if and only if:
एक वर्ग आव्यूह A का प्रतिलोम (invertible) होगा यदि और केवल यदि -

(A) |A|=0

(B) |A|≠0

(C) $A^T = A$

(D) $A^T = -A$

10. The inverse of an invertible matrix is:
एक प्रतिलोम आव्यूह का प्रतिलोम (inverse) होता है:

(A) Always unique (हमेशा अद्वितीय)

(B) Sometimes unique (कभी-कभी अद्वितीय)

(C) Not unique (अद्वितीय नहीं)

(D) Never exists (कभी अस्तित्व में नहीं होता)

11. If A is an irreversible matrix then $\det(A^{-1})$ is equal to-
यदि A एक व्युत्क्रमणीय आव्यूह है, तो $\det(A^{-1})$ बराबर है -

(A) det(A)

(B) 1/ det(A)

(C) 1

(D) None of the above

12. The equation $\begin{vmatrix} x-a & x-b & x-c \\ x-b & x-c & x-a \\ x-c & x-a & x-b \end{vmatrix}=0$, where a,b,c are different, is satisfied by:
समीकरण $\begin{vmatrix} x-a & x-b & x-c \\ x-b & x-c & x-a \\ x-c & x-a & x-b \end{vmatrix}=0$, जहाँ a,b,c के मान भिन्न भिन्न हैं, को संतुष्ट करने के लिए :

(A) x=0

(B) x=a

(C) $x=\frac{1}{3}(a+b+c)$

(D) x=a+b+c

13. सारणिक $\begin{vmatrix} 1 & \omega^3 & \omega^5 \\ \omega^3 & 1 & \omega^4 \\ \omega^5 & \omega^4 & 1 \end{vmatrix}$ का मान क्या होगा?

(जहां ω इकाई संख्या का अधिकल्पित घनमूल है)

What will be the value of determinant $\begin{vmatrix} 1 & \omega^3 & \omega^5 \\ \omega^3 & 1 & \omega^4 \\ \omega^5 & \omega^4 & 1 \end{vmatrix}$?(Where ω is imaginary cube root of unity)

(A) $(1-\omega)^2$

(B) 3

(C) -3

(D) उपरोक्त में से कोई नही (None of above)

14- A root of the equation $\begin{vmatrix} 3-x & -6 & 3 \\ -6 & 3-x & 3 \\ 3 & 3 & -6-x \end{vmatrix}$ is:

समीकरण $\begin{vmatrix} 3-x & -6 & 3 \\ -6 & 3-x & 3 \\ 3 & 3 & -6-x \end{vmatrix}$ का एक मूल है:

(A) 6

(B) 3

(C) 0

(D) उपरोक्त में से कोई नही (None of above)

15- यदि $x \neq y \neq z \neq 0$ और $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$=0 तब $x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}$ का मान है:

If $x \neq y \neq z \neq 0$ and $\begin{vmatrix} 1+x & 1 & 1 \\ 1 & 1+y & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix}$=0 then value of $x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}$ is:

(A) xyz

(B) $x^{-1}y^{-1}z^{-1}$

(C) -x-y-z

(D) -1

16- यदि |A|=D तथा D'=|adj A| तो-

If |A|=D And D'=|adj A| then-

(A) $DD^{I}=D^{2}$

(B) $DD^{I}=D^{n-1}$

(C) $DD^{I}=D^{n}$

(D) उपरोक्त में से कोई नही (None of above)

17. यदि $\begin{vmatrix} a & -b & -c \\ -a & b & -c \\ -a & -b & c \end{vmatrix}+\lambda(abc)=0$ तो λ बराबर है-

If $\begin{vmatrix} a & -b & -c \\ -a & b & -c \\ -a & -b & c \end{vmatrix}+\lambda(abc)=0$ Then λ is equal to-

(A) -4

(B) 4

(C) 2

(D) -2

18. यदि A कोटि 3 का वर्ग आव्यूह है तथा |A|=5 तो |adj A| का मान है -

If A is a square matrix of order 3 and |A|=5 then |adj A| is-

(A) 125

(B) -25

(C) 25

(D) ± 25

19. यदि A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{bmatrix}$ तो |adj A| बराबर है-

If A=$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 9 \\ 1 & 8 & 27 \end{bmatrix}$ then |adj A| is equal to-

(A) 72

(B) 144

(C) 136

(D) उपरोक्त में से कोई नही (None of above)

20. यदि A=$\begin{bmatrix} \alpha & -2 \\ 2 & \alpha \end{bmatrix}$ और $|A^3|=25$ तो α का मान है -

If A=$\begin{bmatrix} \alpha & -2 \\ 2 & \alpha \end{bmatrix}$ and $|A^3|=25$ then value of α is -

A) ± 3

(B) -3

(C) ± 1

(D) -1

1 MARK QUESTIONS

1. यदि A एक 3×3 आव्यूह है और $A^T = -A$, तो $A + A^T$ का मान क्या होगा?
If A is a 3×3 matrix and $A^T = -A$, what is the value of $A + A^T$?
2. यदि दो अशून्य आव्यूह A और B के गुणनफल AB = O (शून्य आव्यूह) है, तो क्या हम निष्कर्ष निकालस कते हैं कि A = O या B = O?
If two non-zero matrices A and B satisfy AB = O (zero matrix), can we conclude that A = O or B = O?
3. क्या कोई ऐसी अशून्य 2×2 आव्यूह हो सकती है, जिसका वर्ग शून्य आव्यूह हो? यदि हाँ, तो एक उदाहरण दें।
Can there exist a non-zero 2×2 matrix whose square is a zero matrix? If yes, provide an example.
4. यदि A और B दो $n \times n$ आव्यूह हैं और AB = I, तो क्या हम यह निष्कर्ष निकाल सकते हैं कि BA = I भी होगा?
If A and B are two $n \times n$ matrices and AB = I, can we conclude that BA = I as well?
5. यदि A एक अदिश आव्यूह है, तो क्या $A^T = A$ हमेशा सत्य होगा?
If A is a scalar matrix, is $A^T = A$ always true?
6. कोई ऐसी 2×2 आव्यूह का उदाहरण दें जो अपनी स्वयं की परिवर्त से भिन्न हो लेकिन उसका वर्ग एक अदिश आव्यूह हो।
Provide an example of a 2×2 matrix that is different from its own transpose but whose square results in a scalar matrix.
7. किसी 2×2 आव्यूह A के लिए, यदि $A^2 - 5A + 6I = O$, तो A^{-1} का मान निकालने के लिए क्या प्रक्रिया अपनाई जाएगी?
For a 2×2 matrix A, if $A^2 - 5A + 6I = O$, what method should be used to find A^{-1}?
8. यदि किसी 2×2 आव्यूह A के लिए $A^2 = kA$ और $A \neq O$, तो A को कैसे व्यक्त किया जा सकता है?
If a 2×2 matrix A satisfies $A^2 = kA$ and $A \neq O$, how can A be expressed?
9. क्या यह संभव है कि एक सममित आव्यूह का व्युत्क्रमणीय (invertible) रूप असममित हो?
Is it possible for the inverse of a symmetric matrix to be asymmetric?
10. यदि A और B ऐसी दो 2×2 आव्यूह हैं जिनके लिए $(AB)^T = B^T A^T$, तो क्या हम कह सकते हैं कि AB =BA?
If A and B are two 2×2 matrices satisfying $(AB)^T = B^T A^T$, can we conclude that AB =BA?

Short Questions (2 Marks)

Q1. If A and B are two non-zero matrices of order 2×2 such that $AB = 0$, does it imply $BA = 0$ as well? Justify your answer with an example.

यदि A और B दो अशून्य 2×2 आव्यूह हैं और $AB = 0$ है, तो क्या यह आवश्यक रूप से $BA = 0$ होगा? एक उदाहरण देकर अपने उत्तर को स्पष्ट करें।

Q2. Find a 2×2 matrix which is both symmetric and skew-symmetric. Justify your answer.

एक ऐसी 2×2 आव्यूह खोजें जो एक साथ सममित (Symmetric) और विषम सममित (Skew-Symmetric) हो। अपने उत्तर को स्पष्ट करें।

Q3. If A is a square matrix such that $A^2 = A$, prove that $(I - A)^2 = (I - A)$, where I is the identity matrix.

यदि A एक वर्ग आव्यूह है जिससे $A^2 = A$, तो सिद्ध करें कि $(I - A)^2 = (I - A)$, जहाँ I तत्समक आव्यूह (Identity Matrix) है।

Q4. Show that the transpose of a product of two matrices is equal to the product of their transposes in reverse order, i.e., $(AB)^T = B^T A^T$.

सिद्ध करें कि दो आव्यूह के गुणनफल का परिवर्त उनके परिवर्त के विपरीत क्रम में गुणनफल के समान होता है, अर्थात् $(AB)^T = B^T A^T$।

Q5. If A and B are two matrices such that $AB = I$, does it necessarily mean that $BA = I$? Justify with an example.

यदि A और B दो आव्यूह हैं ताकि $AB = I$ हो, तो क्या यह आवश्यक रूप से $BA = I$ होगा? एक उदाहरण देकर उत्तर स्पष्ट करें।

Q6. Find a 2×2 non-zero matrix whose square is a zero matrix.

एक ऐसी 2×2 अशून्य आव्यूह खोजें जिसका वर्ग एक शून्य आव्यूह हो।

Q7. If A is an invertible matrix, show that $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$.

यदि A एक व्युत्क्रमणीय (Invertible) आव्यूह है, तो सिद्ध करें कि $(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T$।

Q8. If A is a symmetric matrix, show that A^n is also symmetric for any positive integer n.

यदि A एक सममित आव्यूह है, तो सिद्ध करें कि A^n भी किसी भी धनात्मक पूर्णांक n के लिए सममित होगा।

Q9. If A and B are two matrices of the same order such that $A + B = A - B$, prove that B is a zero matrix.

यदि A और B समान क्रम की दो आव्यूह हैं ताकि $A + B = A - B$ हो, तो सिद्ध करें कि B एक शून्य आव्यूह है।

Q10. Prove that the determinant of a skew-symmetric matrix of odd order is always zero.

सिद्ध करें कि विषम क्रम (Odd Order) की किसी भी विषम समममित (Skew-Symmetric) आव्यूह का सारणिक हमेशा शून्य होता है।

Q11. Find the value of k for which points (1,1),(3,2),(4,k) are collinear.

k का वह मान ज्ञात कीजिए जिसके लिए बिंदु)1,1), (3,2), (4,k) संरेखीय हैं।

Q12. If A= $\begin{vmatrix} 2 & \lambda & -3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ and A^{-1} exists, find the value of λ.

यदि A= $\begin{vmatrix} 2 & \lambda & -3 \\ 0 & 2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix}$ तथा A^{-1} का अस्तित्व है तो λ का मान ज्ञात कीजिए।

<u>4 Marks Questions</u>

1. A delivery company keeps track of packages delivered in two cities (A & B) over two weeks using matrices:

M1 = $\begin{bmatrix} \mathbf{30} & \mathbf{50} \\ \mathbf{40} & \mathbf{60} \end{bmatrix}$

M2 = $\begin{bmatrix} \mathbf{25} & \mathbf{40} \\ \mathbf{35} & \mathbf{55} \end{bmatrix}$

where rows represent weeks and columns represent cities. The company wants to analyze the total deliveries over both weeks. Find M1 + M2 and interpret the result.

एक डिलीवरी कंपनी दो शहरों (A और B) में दो सप्ताहों में वितरित पैकेजों का रिकॉर्ड निम्नलिखित आव्यूह से रखती है:

M1 = $\begin{bmatrix} 30 & 50 \\ 40 & 60 \end{bmatrix}$

M2 = $\begin{bmatrix} 25 & 40 \\ 35 & 55 \end{bmatrix}$

जहाँ पंक्तियाँ सप्ताहों को और स्तम्भ शहरों को दर्शाते हैं। कंपनी को दोनों सप्ताहों में कुल डिलीवरी का विश्लेषण करना है। M1 + M2 ज्ञात कीजिए और परिणाम की व्याख्या कीजिए।

2. In cryptography, encoding and decoding messages use invertible matrices. If

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \mathbf{1} & \mathbf{2} \end{bmatrix}$

has an inverse, find A^{-1} and explain why invertibility is crucial in cryptography.

क्रिप्टोग्राफी में, संदेशों को एन्कोडिंग और डिकोडिंग के लिए व्युत्क्रमणीय आव्यूह का उपयोग किया जाता है। यदि

A = $\begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

का व्युत्क्रम (inverse) अस्तित्व में है, तो A^{-1} ज्ञात कीजिए और समझाइए कि क्रिप्टोग्राफी में व्युत्क्रमणीयता क्यों महत्वपूर्ण है।

3. Two matrices A and B are given as follows:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$

Find AB and BA and explain why matrix multiplication is non-commutative.

दो आव्यूह A और B इस प्रकार दी गई हैं:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$

AB और BA ज्ञात कीजिए और समझाइए कि आव्यूह गुणा अक्रम-विनिमेय (non-commutative) क्यों होती है।

4. Show that two non-zero matrices can have a zero product by taking:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$

Find AB and explain the significance of this result.

यह दिखाइए कि दो अशून्य आव्यूह का गुणनफल शून्य हो सकता है:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{-1} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$

AB ज्ञात कीजिए और इस परिणाम का महत्व समझाइए`

5. In data science, matrices are used to store and process large datasets. Given a dataset represented as:

D = $\begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$

Find D^T (transpose of D) and explain its significance in machine learning.

डेटा विज्ञान में, बड़े डेटा सेट को संग्रहीत और संसाधित करने के लिए आव्यूह   का उपयोग किया जाता है।निम्नलिखित डेटा सेट दिया गया है:

$$D = \begin{bmatrix} 5 & 7 & 9 \\ 6 & 8 & 10 \end{bmatrix}$$

D^T (D का परिवर्त) ज्ञात कीजिए और मशीन लर्निंग में इसके महत्व को समझाइए।

6.A firm produces two products (X, Y) and sells them in two markets (A, B). The demand matrix is given by:

$$D = \begin{bmatrix} 20 & 30 \\ 40 & 50 \end{bmatrix}$$

where rows represent products and columns represent markets. If the price per unit is given by:

P = [10 12],

Find total revenue using matrix multiplication.

एक फर्म दो उत्पाद (X, Y) बनाती है और उन्हें दो बाजारों (A, B) में बेचती है। मांग आव्यूह   इस प्रकार दिया गया है:

$$D = \begin{bmatrix} 20 & 30 \\ 40 & 50 \end{bmatrix}$$

जहाँ पंक्तियाँ उत्पादों को और स्तम्भ बाजारों को दर्शाते हैं। यदि प्रति इकाई मूल्य इस प्रकार दिया गया है:

P = [10 12],

तो कुल राजस्व आव्यूह गुणन द्वारा ज्ञात कीजिए।

7.In robotics, identity matrices are used to represent no change in movement. Given:

$$I = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

show that multiplying any matrix by I leaves it unchanged and explain why this is important in robotic motion.

रोबोटिक्स में, तत्समक   आव्यूह   का उपयोग बिना किसी परिवर्तन को दर्शाने के लिए किया जाता है। दिया गया है:

$$I = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}$$

दिखाइए कि किसी भी आव्यूह   को I से गुणा करने पर वह अपरिवर्तित रहता है और समझाइए कि यह रोबोटिक्स में क्यों महत्वपूर्ण है।

8.If a country's GDP growth is modeled as:

G = $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$

and a 10% increase is applied, compute 1.1G and explain the meaning of scalar multiplication in this context.

यदि एक देश की GDP वृद्धि इस प्रकार मॉडल की जाती है:

G = $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{4} & \mathbf{5} \end{bmatrix}$

और 10% वृद्धि लागू की जाती है, तो 1.1G ज्ञात कीजिए और इस संदर्भ में अदिश गुणन के अर्थ को समझाइए।

9. A company produces two types of electric bikes, Model A and Model B. The production cost per unit for Model A is ₹30,000, and for Model B, it is ₹40,000. The company decides to manufacture these bikes in batches. A batch consists of 10 Model A bikes and 15 Model B bikes.

1. Represent this information in matrix form.
2. If the company increases production by a factor of 2, determine the new cost matrix.
3. Verify whether the matrix representing total cost is symmetric or skew-symmetric. Justify your answer.

एक कंपनी दो प्रकार की इलेक्ट्रिक बाइक का उत्पादन करती है - मॉडल A और मॉडल B। मॉडल A की प्रति यूनिट उत्पादन लागत ₹30,000 और मॉडल B की ₹40,000 है। कंपनी इन बाइकों का निर्माण बैचों में करती है। एक बैच में 10 मॉडल A और 15 मॉडल B बाइक्स होती हैं।

1. इस जानकारी को आव्यूह रूप में दर्शाइए।
2. यदि कंपनी उत्पादन को 2 गुना बढ़ा देती है, तो नई लागत आव्यूह ज्ञात करें।
3. जाँच करें कि कुल लागत को दर्शाने वाली आव्यूह सममित है या विषम - सममित । अपना उत्तर स्पष्ट करें।

10. If x=-9 is a root of $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix}$, Find other two roots.

यदि $\begin{vmatrix} x & 3 & 7 \\ 2 & x & 2 \\ 7 & 6 & x \end{vmatrix}$, का एक मूल x=9 है तो अन्य दो मूल ज्ञात कीजिए।

11. एक वास्तुकार एक आधुनिक इमारत में त्रिकोणीय कांच की पट्टी की स्थिरता का विश्लेषण कर रहा है। तीन अक्षों के साथ आंतरिक तनाव वितरण को निम्नलिखित सारणिक से निरूपित किया गया है: $\begin{vmatrix} x & 4 & 5 \\ 3 & x & 1 \\ 6 & 2 & x \end{vmatrix}$

यदि x=−3 पर किसी विशेष तापमान परिवर्तन के कारण तनाव संतुलित हो जाता है अर्थात)सारणिक शून्य के बराबर होता है (, तो x के ऐसे अन्य दो मान ज्ञात कीजिए जो इस स्थिति को संतुष्ट करते हैं।

An architect is analyzing the stability of a triangular glass panel in a modern building. The internal stress distribution along three axes is modeled by the following determinant:

$$\begin{vmatrix} x & 4 & 5 \\ 3 & x & 1 \\ 6 & 2 & x \end{vmatrix},$$

If under a specific temperature change, the stress becomes balanced (i.e., the determinant equals zero) when x=−3, find the other two values of x that satisfy this condition.

5 Marks Very Long Questions

1. In cryptography, matrices are used to encode messages. Suppose a message is represented by a 2×2 matrix A as follows:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{3} & \mathbf{5} \\ \mathbf{2} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

A transformation matrix B is used for encryption, given by:

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

Find the encrypted message by computing AB. Also, discuss whether the multiplication of matrices is commutative in this context.

कूटलेखन (क्रिप्टोग्राफी) में संदेशों को एन्कोड करने के लिए आव्यूह का उपयोग किया जाता है। मान लें कि एक संदेश को एक 2×2 आव्यूह A द्वारा दर्शाया जाता है:

A = $\begin{bmatrix} 3 & 5 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

एक रूपांतरण आव्यूह B कूटलेखन के लिए उपयोग किया जाता है, जो दिया गया है:

B = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

AB का संकल्पन करें और यह जांचें कि क्या इस संदर्भ में आव्यूह गुणा क्रम विनिमेय है।

2. Consider the following matrices:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{3} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{-1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$

Identify the types of matrices A and B. Show whether B is a skew-symmetric matrix and whether A is a diagonal matrix.

निम्नलिखित आव्यूह पर विचार करें:

A = $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

आव्यूह A और B के प्रकार की पहचान करें। यह दर्शाएं कि क्या B एक विषम -सममित आव्यूह है और क्या A एक विकर्ण आव्यूह है।

3. Show that matrix multiplication is not commutative by considering the following matrices:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$

Compute AB and BA, and verify whether AB = BA.

सिद्ध करें कि आव्यूह गुणा क्रम विनिमेय नहीं है, निम्नलिखित आव्यूह पर विचार करें:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$

AB और BA की गणना करें और जांचें कि क्या AB = BA

4. The identity matrix plays a crucial role in linear algebra. Suppose an airline company stores flight seat allocations in a matrix. Explain how using an identity matrix can help in transforming these seat arrangements effectively.

तत्समक आव्यूह रैखिक बीजगणित में महत्वपूर्ण भूमिका निभाता है। मान लें कि एक एयरलाइन कंपनी उड़ान सीट आवंटन को एक आव्यूह में संग्रहीत करती है। समझाएं कि तत्समक आव्यूह का उपयोग कैसे सीट व्यवस्थाओं को प्रभावी रूप से बदलने में मदद कर सकता है।

5. Given a matrix A,

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{4} & \mathbf{7} \\ \mathbf{2} & \mathbf{6} \end{bmatrix}$

Find its inverse, if it exists, and prove the uniqueness of the inverse.

दिए गए आव्यूह A के लिए,

A = $\begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 6 \end{bmatrix}$

यदि इसका व्युत्क्रम मौजूद है, तो इसे ज्ञात करें और व्युत्क्रम की अद्वितीयता (यूनिकनेस) को सिद्ध करें।

6. Let A and B be two matrices such that:

A = $\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{3} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{5} \\ \mathbf{6} & \mathbf{7} \end{bmatrix}$

Prove that $(A + B)^T = A^T + B^T$ and $(AB)^T = B^T A^T$.

मान लें कि A और B दो आव्यूह हैं:

A = $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$

B = $\begin{bmatrix} 0 & 5 \\ 6 & 7 \end{bmatrix}$

सिद्ध करें कि $(A + B)^T = A^T + B^T$ and $(AB)^T = B^T A^T$

7. A company manufactures two products A and B. The cost of raw materials, labor, and overhead costs for each product is given as:

Cost Matrix: $\begin{bmatrix} \mathbf{10} & \mathbf{15} \\ \mathbf{8} & \mathbf{12} \\ \mathbf{5} & \mathbf{7} \end{bmatrix}$

Rows represent raw materials, labor cost, and overhead cost, respectively.

If the company produces 100 units of A and 150 units of B, find the total cost incurred using matrix multiplication.

एक कंपनी दो उत्पाद A और B का निर्माण करती है। प्रत्येक उत्पाद के लिए कच्चे माल, श्रम और ओवरहेड लागत दी गई है:

लागत आव्यूह : $\begin{bmatrix} 10 & 15 \\ 8 & 12 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$

(पंक्तियाँ क्रमशः कच्चे माल, श्रम लागत और ओवरहेड लागत का प्रतिनिधित्व करती हैं।(यदि कंपनी 100 इकाइयाँ A और 150 इकाइयाँ B का उत्पादन करती है, तो आव्यूह गुणा का उपयोग करके कुल लागत ज्ञात करें।

8. Let A be a square matrix such that $A^T = -A$. Prove that the diagonal elements of A are always zero.

मान लें कि A एक वर्ग आव्यूह है जिसके लिए $A^T = -A$। सिद्ध करें कि A के विकर्ण (विकर्ण) अवयव हमेशा शून्य होते हैं।

9. Given the matrix A:

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{3} \\ \mathbf{1} & \mathbf{4} \end{bmatrix}$$

Find the determinant of A. If A is invertible, compute A^{-1}

दिए गए आव्यूह A के लिए:

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$$

A का सारणिक ज्ञात करें। यदि A का व्युत्क्रम मौजूद है, तो A^{-1} की गणना करें।

10. Find two non-zero matrices A and B such that AB = 0, where A and B are 2×2 matrices. Justify your answer.

दो अशून्य आव्यूह A और B ज्ञात करें, जिससे AB = 0 हो, जहाँ A और B 2×2 आव्यूह हैं। अपने उत्तर को उचित ठहराएं।

11. The sum of three numbers is 6. If we multiply the third number by 3 and add the second number to it, we get 11. By adding the first and third numbers, we get double the second number. Find the numbers using the matrix method.

तीन संख्याओं का योग 6 है। यदि तीसरी संख्या को 3 से गुणा करके दूसरी संख्या में जोड़ा जाए, तो प्राप्त मान 11 होता है। पहली और तीसरी संख्या को जोड़ने पर योग दूसरी संख्या के दुगुने के बराबर होता है। मैट्रिक्स विधि का उपयोग करके इन संख्याओं को ज्ञात कीजिए।

<u>Case Studies</u>

Case Study 1:
A bank maintains transaction records of its customers in matrix form. Each row represents a customer, and each column represents different transaction types. The bank applies an identity matrix to verify that each customer's balance remains unchanged when multiplied.
एक बैंक अपने ग्राहकों के लेन देन-के विवरण को आव्यूह के रूप में रखता है। प्रत्येक पंक्ति एक ग्राहक को दर्शाती है, और प्रत्येक स्तंभ विभिन्न प्रकार के लेनदेन को दर्शाता - है।बैंक यह सत्यापित करने के लिए एक तत्समक आव्यूह लागू करता है कि प्रत्येक ग्राहक का अवशेष अपरिवर्तित रहे।
Questions:
1. यदि किसी लेन-देन आव्यूह A को एक तत्समक आव्यूह I से गुणा किया जाए, तो परिणाम क्या होगा? इसे गणितीय रूप से सिद्ध कीजिए.
If a transaction matrix A is multiplied by an identity matrix I, what will be the result? Prove it mathematically.
2. क्या कोई ऐसा अशून्य आव्यूह हो सकता है जिसका वर्ग शून्य आव्यूह हो? उदाहरण सहित समझाइए.
Can there be a non-zero matrix whose square is a zero matrix? Explain with an example.
3. एक 2×2 तत्समक आव्यूह और किसी अन्य अव्युत्क्रमणीय आव्यूह के गुणा का परिणाम क्या होगा?
What will be the result of multiplying a 2×2 identity matrix with another non-invertible matrix?

Case Study 2:

In data science, large datasets are stored in matrix form. Often, transposing a matrix helps in reshaping data for machine learning models.
डेटा विज्ञान में, बड़े डेटा सेट को आव्यूह रूप में संग्रहीत किया जाता है। अक्सर, किसी आव्यूह का परिवर्त करना मशीन लर्निंग मॉडल के लिए डेटा को पुनः आकार देने में सहायक होता है।
Questions:
1. यदि एक आव्यूह A का परिवर्त A^T लिया जाए, तो उसकी पंक्तियाँ और स्तंभों में क्या परिवर्तन होगा?
If the transpose of a matrix A is taken as A^T, what changes occur in its rows and columns?
2. एक सममित आव्यूह S और एक विषम सममित आव्यूह T की क्या विशेषता होती है?

What is the characteristic of a symmetric matrix S and a skew-symmetric matrix T?

3. गणितीय रूप से सिद्ध करें कि $(A^T)^T = A$

Prove mathematically that $(A^T)^T = A$

Case Study 3:

Encryption algorithms use matrix multiplication to encode messages securely. A message is represented as a matrix, and an encryption key matrix is used to transform it.

एन्क्रिप्शन एल्गोरिदम संदेशों को सुरक्षित रूप से एन्कोड करने के लिए आव्यूह गुणन का उपयोग करते हैं। एक संदेश को एक आव्यूह के रूप में दर्शाया जाता है, और एक एन्क्रिप्शन कुंजी आव्यूह का उपयोग इसे परिवर्तित करने के लिए किया जाता है।

Questions:

1. यदि A और B दो आव्यूह हैं, तो क्या हमेशा AB = BA होगा? कारण सहित स्पष्ट करें।

If A and B are two matrices, will AB = BA always hold? Justify your answer.

2. तीन आव्यूह के गुणा के लिए साहचर्य गुणधर्म (associative property) को सत्यापित करें।

Verify the associative property of matrix multiplication.

3. एक अशून्य आव्यूह A के लिए ऐसा कोई उदाहरण दें जहाँ $A^2 = 0$

Give an example of a non-zero matrix A where $A^2 = 0$.