

Question Bank
CLASS 12TH
MATHEMATICS
UNIT-3 PART (III & IV)- INTEGRATION
Assertion-Reason Questions

Instructions:

Select the correct option for each Assertion-Reason question.

(A) Both assertion and reason are correct, and the reason is the correct explanation of assertion.

(B) Both assertion and reason are correct, but the reason does not explain the assertion.

(C) Assertion is correct, but the reason is incorrect.

(D) Assertion is incorrect, but the reason is correct.

निर्देश :-

1. प्रत्येक प्रश्न में एक कथन(A) और एक कारण (R) दिया गया है।
2. आपको दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करके सही उत्तर का चयन करना है:
A) A और R दोनों सही हैं, और R, A की सही व्याख्या करता है।
B) A और R दोनों सही हैं, लेकिन R, A की सही व्याख्या नहीं करता।
C) A सही है, लेकिन R गलत है।
D) A गलत है, लेकिन R सही है।

1. Assertion (A) The integral of $1/x$ is $\log |x| + C$.

Reason (R) The differentiation of $\log |x|$ gives $1/x$.

कथन (A) $1/x$ का समाकलन $\log |x| + C$ होता है।

कारण (R) $\log |x|$ का अवकलन $1/x$ होता है।

2. Assertion (A) The integral of $\sin x$ is $-\cos x + C$.

Reason (R) The derivative of $-\cos x$ is $\sin x$.

कथन (A) $\sin x$ का समाकलन $-\cos x + C$ होता है।

कारण (R) $-\cos x$ का अवकलन $\sin x$ होता है।

3. Assertion (A) Definite integrals are evaluated using the Fundamental Theorem of Calculus.

Reason (R) The Fundamental Theorem of Calculus states that if $F(x)$ is an antiderivative of $f(x)$, then $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$.

कथन (A) निश्चित समाकलनों की गणना कैलकुलस की आधारभूत प्रमेय का उपयोग करके की जाती है।

कारण (R) कैलकुलस का आधारभूत प्रमेय कहता है कि यदि $F(x)$, $f(x)$ का प्रतिअवकलन है, तो $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ ।

4. Assertion (A) The integral of $\cos x$ is $\sin x + C$.

Reason (R) The derivative of $\sin x$ is $\cos x$.

कथन (A) $\cos x$ का समाकलन $\sin x + C$ होता है।

कारण (R) $\sin x$ का अवकलन $\cos x$ होता है।

5. Assertion (A) The integral of $1/(1+x^2)$ is $\tan^{-1}x + C$.

Reason (R) The differentiation of $\tan^{-1}x$ gives $1/(1+x^2)$.

कथन (A) $1/(1+x^2)$ का समाकलन $\tan^{-1}x + C$ होता है।

कारण (R) $\tan^{-1}x$ का अवकलन $1/(1+x^2)$ देता है।

MCQ Questions

1. निम्नलिखित में से कौन सा समाकलन की व्युत्क्रमानुपाती प्रक्रिया (Inverse Process) है?

Which of the following is an inverse process of differentiation?

- (a) प्रत्यक्ष समाकलन (Direct Integration)
- (b) प्रतिस्थापन विधि (Method of Substitution)
- (c) आंशिक भिन्न विधि (Partial Fractions Method)
- (d) अवकलन (Differentiation)

2. $\int e^x dx$ का मान क्या होगा?

What is the value of $\int e^x dx$?

- (a) $e^x + C$
- (b) $x e^x + C$
- (c) $e^x - C$
- (d) $e^x/x + C$

3. $\int 1/(x+1) dx$ का मान क्या होगा?

What is the value of $\int 1/(x+1) dx$?

- (a) $\log |x+1| + C$
- (b) $1/(x+1) + C$
- (c) $\log |x| + C$
- (d) $x/(x+1) + C$

4. $\int x^2 dx$ का मान क्या होगा?

What is the value of $\int x^2 dx$?

- (a) $x^3/3 + C$
- (b) $x^2/2 + C$
- (c) $x^3/2 + C$
- (d) $3x^2 + C$

5. $\int x^4 dx$ का मान क्या होगा?

What is the value of $\int x^4 dx$?

- (a) $x^5/5 + C$
- (b) $x^4/4 + C$
- (c) $x^5/4 + C$
- (d) $4x^5 + C$

6. $\int \sin x \, dx$ का मान क्या होगा?

What is the value of $\int \sin x \, dx$?

- (a) $-\cos x + C$
- (b) $\cos x + C$
- (c) $-\sin x + C$
- (d) $\tan x + C$

7. आंशिक भिन्न विधि का उपयोग किस प्रकार के समाकलन हल करने के लिए किया जाता है?

For what type of integrals is the method of partial fractions used?

- (a) जब भाजक बहुपद हो (When denominator is a polynomial)
- (b) जब गुणनखंडन संभव न हो (When factorization is not possible)
- (c) जब चरघातांकीय फलन हो (When there is an exponential function)
- (d) जब त्रिकोणमितीय फलन हो (When there is a trigonometric function)

One Mark Very Short Answer Questions

Question Number	Questions
1	निम्नलिखित का सही मान ज्ञात करें: $\int (2x + 3) \, dx$ Find the correct evaluation of: $\int (2x + 3) \, dx$
2	यदि $\int f(x) \, dx = x^2 + 5x + C$ हो, तो $f(x)$ क्या होगी? If $\int f(x) \, dx = x^2 + 5x + C$, then what is $f(x)$?
3	आंशिक भिन्नों के प्रयोग से $\int (1 / (x^2 - 1)) \, dx$ का हल ज्ञात करें। Solve $\int (1 / (x^2 - 1)) \, dx$ using partial fractions.
4	मूलभूत सर्वसमिकाओं का प्रयोग करके $\int_0^1 (x^2) \, dx$ का हल करें। Evaluate $\int_0^1 (x^2) \, dx$ using fundamental identities.
5	यदि $F(x)$ एक अवकलनीय फलन है और $F'(x) = f(x)$ है, तो $\int f(x) \, dx$ किसके बराबर होगा? If $F(x)$ is a differentiable function and $F'(x) = f(x)$, then what is $\int f(x) \, dx$ equal to?
6	यदि $\int e^{2x} \, dx = (1/2) e^{2x} + C$ हो, तो $\int e^{3x} \, dx$ क्या होगा? If $\int e^{2x} \, dx = (1/2) e^{2x} + C$, then what will be $\int e^{3x} \, dx$?
7	निम्नलिखित का खण्डशः समाकलन द्वारा हल करें: $\int x \sin x \, dx$ Evaluate the integral $\int x \sin x \, dx$ using integration by parts.
8	निश्चित समाकलन के गुणों का उपयोग कर $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$ का हल करें। Evaluate $\int_0^\pi \sin^2 x \, dx$ using the properties of definite integrals.

9	समाकलन की आधारभूत प्रमेय का उपयोग करके $\int_0^1 (2x + 1) dx$ का हल करें। Solve $\int_0^1 (2x + 1) dx$ using the Fundamental Theorem of Calculus.
10	यदि $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$ हो, तो $\int f(x) dx$ का समाकलन क्या होगा? If $f(x) = 3x^2 + 2x - 1$, what is the integral $\int f(x) dx$?

2 marks questions

1. Evaluate the integral:

$$\int (x^2 + 1) / (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int (x^2 + 1) / (x^4 + 2x^2 + 1) dx$$

4. Find the definite integral:

निश्चित समाकलन का मान ज्ञात करें

$$\int_0^{\pi/4} \pi/4 \tan(x) dx$$

5. Evaluate the integral:

समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int_0^{\infty} xe^{-x^2} dx$$

6. निश्चित समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int_1^2 (x^3 - 2x) dx$$

7. Solve the integral using partial fractions:

$$\int (3x + 5) / (x^2 + x - 2) dx$$

आंशिक भिन्नों का उपयोग करके समाकलन हल करें:

$$\int (3x + 5) / (x^2 + x - 2) dx$$

8. Evaluate the integral:

$$\int \sin^3(x) \cos(x) dx$$

निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int \sin^3(x) \cos(x) dx$$

9. Evaluate the integral:

. निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int_0^{\infty} 1 / (1 + x^2) dx$$

10. Evaluate Following:

निम्न का मान ज्ञात करें :

$$\int_0^1 \frac{x^2}{(x+1)^4} dx$$

11. Evaluate the definite integral:

निम्न निश्चित समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$I = \int_0^1 [(x^3 + x^2 + x + 1) / (x^2 + 1)] dx$$

12. Prove that:

सिद्ध करें कि:

$$\int_0^{\pi/2} \log(1 + \tan x) dx = (\pi/2) \log 2$$

13. Evaluate the integral:

समाकलन का हल निकालें:

$$\int dx / ((x-1)(x-2))$$

14. Evaluate the integral using integration by parts:

खण्डशः समाकलन का उपयोग करके निम्नलिखित समाकलन हल करें:

$$I = \int x \log(x) dx$$

4 Marks Questions

Q1. एक वृत्त की परिधि पर स्थित एक बिंदु से किसी अन्य बिंदु तक पहुँचने के लिए किसी वस्तु की न्यूनतम दूरी ज्ञात करें, यह मानते हुए कि वस्तु वृत्त के केंद्र से होकर जाती है। इसके लिए उपयुक्त निश्चित समाकलन का उपयोग करें।

Find the minimum distance an object must travel from one point on a circle's circumference to another, passing through the center. Use an appropriate definite integral to determine the distance.

$$Q2. I = \int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

का मान निर्धारित करें।

Evaluate:

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{x \sin x}{1 + \cos^2 x} dx$$

Q 3. किसी नदी के प्रवाह को दर्शाने वाले एक मॉडल में, जल प्रवाह दर को

$R(x) = 4x^2 + 2x + 1$ द्वारा निरूपित किया जाता है, जहाँ x मीटर में दूरी है।

(i) $x=0$ से $x=5$ तक कुल प्रवाहित जल की मात्रा ज्ञात करें।

(ii) इस जल प्रवाह के लिए समय के साथ बदलाव का विश्लेषण करें।

A river flow model represents the rate of water flow as $R(x) = 4x^2 + 2x + 1$, where x is the distance in meters.

(i) Find the total volume of water that has flowed from $x=0$, $x=5$

(ii) Analyze how this water flow changes over time.

Q4. $J = \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx$

का मान प्राप्त करने के लिए उपयुक्त प्रतिस्थापन करें और इसे हल करें।

Find the value of the integral:

$J = \int_0^1 \frac{\log(1+x)}{1+x^2} dx$

using an appropriate substitution and solving it.

Q5. भौतिकी में, किसी वस्तु की गति की गणना करने के लिए वेग और समय के मध्य संबंध को एक समाकलन के रूप में व्यक्त किया जा सकता है। यदि वेग $v(t) = 5t^2 + 2t$ मीटरसेकंड है, तो $t=0$ से $t=4$ तक वस्तु द्वारा तय की गई कुल दूरी ज्ञात करें।

In physics, motion of an object can be calculated by integrating velocity over time. If the velocity of an object is given as $v(t) = 5t^2 + 2t$ m/s, find the total distance traveled by the object from $t=0$ to $t=4$

Q6. $\int_0^\infty \frac{e^x \sin x}{x} dx$.

का हल ज्ञात करें।

Evaluate: $\int_0^\infty \frac{e^x \sin x}{x} dx$

Q7. इंजीनियरिंग में, कोई पुल निर्माण के दौरान भार वितरण को एक निश्चित समाकलन का उपयोग करके गणना किया जाता है। यदि बल वितरण $f(x) = xe^x$ द्वारा व्यक्त किया गया है, तो पुल के आधार पर कुल बल ज्ञात करें जहाँ $x=0$ से $x=5$ तक मापा जाता है।

In engineering, the load distribution during bridge construction is calculated using definite integrals. If the force distribution is given by $f(x) = xe^x$, find the total force exerted on the bridge base from $x=0$ to $x=5$.

Q8. Determine the area under the curve $y = \sqrt{a^2 - x^2}$, included between the lines $x=0$ and $x=a$ by integration.

समाकलन से वक्र $y = \sqrt{a^2 - x^2}$ द्वारा रेखाओं $x=0$ तथा $x=a$ के बीच घिरा क्षेत्रफल ज्ञात करें।

Q9. $\int_1^e \frac{x^2 \log x}{(1+x^3)} dx$ का मान ज्ञात करें।

Evaluate $\int_1^e \frac{x^2 \log x}{(1+x^3)} dx$

Q10. Find the area of the region bounded by the curve $x=2y+3$ and the lines $y=1$ and $y=-1$ by the use of integration.

समाकलन से उस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें जो वक्र $x=2y+3$ एवं रेखाओं $y=1$ और $y=-1$ से बनता है।

Q 11. Find the value of:

$\int e^x / (1 + e^{2x}) dx$

निम्नलिखित का मान ज्ञात करें:

$\int e^x / (1 + e^{2x}) dx$

Q12. Evaluate the integral using substitution method:

$\int dx / (\sin(x) + \cos(x))$

प्रतिस्थापन विधि का उपयोग करके निम्न समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int dx / (\sin(x) + \cos(x))$$

Q 13. Find the area bounded by the parabola $y^2 = 4x$ and the line $x = 1$ using integration.

समाकलन का उपयोग करके परवलय $y^2 = 4x$ और रेखा $x = 1$ से घिरे क्षेत्रफल की गणना करें।

Q 14: Prove that:

सिद्ध करें:

$$\int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{\frac{1}{a}}} = \frac{1}{a} \tan^{-1}\left(\frac{x}{a}\right) + c$$

जहाँ a एक नियतांक है।

Where a is a constant.

Q 15: Find the integral:

समाकलन का मान ज्ञात करें:

$$\int_0^{\pi} \sin^4 x \, dx$$

Q 16: If $I = \int_0^1 (\log(1+x)/x) \, dx$, prove that $I = \pi^2/12$.

$I = \int_0^1 (\log(1+x)/x) \, dx$ हो, तो सिद्ध करें कि $I = \pi^2/12$

Q 17: Evaluate:

निम्नलिखित का मान ज्ञात करें:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^m}{(1+x)} \, dx, \quad 0 < m < 1$$

Q 18:

Find the value of:

निम्नलिखित का मान ज्ञात करें:

$$\int_{-1}^1 \frac{e^x x \, dx}{(1+x^2)}$$

5 Marks Questions

1. Evaluate the integral:

$$I = \int \frac{x^2+3x+2}{(x+1)(x+2)} \, dx$$

using partial fraction method.

दिए गए समाकलन का हल आंशिक भिन्न विधि का उपयोग करके करें।

$$I = \int \frac{x^2+3x+2}{(x+1)(x+2)} \, dx$$

2. The rate of pollution accumulation $P(t)$ in a lake is given by the function:

$dP/dt = 5e^{-0.2t}$ where t is in years. If the pollution level at $t=0$ was 50 units, find the total pollution accumulated over the first 10 years.

एक झील में प्रदूषण संचय की दर निम्नलिखित समीकरण द्वारा दी गई है:

$dP/dt=5e^{-0.2t}$ जहाँ t वर्षों में है। यदि $t=0$ पर प्रदूषण स्तर 50 इकाई था, तो पहले 10 वर्षों में कुल प्रदूषण संचय का मान ज्ञात करें।

3. Prove that:

$$\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(1+\cos^2 x)} dx = \frac{\pi}{2} \log 2$$

A company produces goods at a rate modeled by the function: $R(t)=100e^{-0.1t}+50$ where t is in days. Find the total number of goods produced in the first 20 days.

एक कंपनी में वस्तुओं के उत्पादन की दर निम्नलिखित समीकरण से व्यक्त की गई है: $R(t)=100e^{-0.1t}+50$ जहाँ t दिनों में है। पहले 20 दिनों में कुल उत्पादित वस्तुओं की संख्या ज्ञात करें।

4. Find the area of the region bounded by the ellipse $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ by using integration.

समाकलन से दीर्घवृत्त $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात करें।

5. A water tank is being filled at a rate given by:

$\frac{dV}{dt} = 10 + 5 \cos t$ where V is the volume of water in liters and t is in minutes. If the tank initially contains 50 liters of water, determine the total volume after 10 minutes.

एक जल टंकी को निम्नलिखित दर से भरा जा रहा है: $\frac{dV}{dt} = 10 + 5 \cos t$ जहाँ V जल का आयतन (लीटर में) और t समय (मिनट में) है। यदि प्रारंभ में टंकी में 50 लीटर जल था, तो 10 मिनट बाद कुल जल का आयतन ज्ञात करें।

6. Sketch the region $(x,0):y = \sqrt{a^2 - x^2}$ and x -axis. Find the area of the region by integration.

क्षेत्र $(x,0):y = \sqrt{a^2 - x^2}$ एवं x -axis का रेखाचित्र खींचिए। समाकलन विधि से इस क्षेत्र का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।

7. Find the work done in moving a particle along the x -axis under the force:

$$F(x)=x^2-3x+2 \text{ from } x=1 \text{ to } x=4.$$

एक कण को x -अक्ष के साथ स्थानांतरित करने में किया गया कार्य ज्ञात करें, जब बल:

$$F(x)=x^2-3x+2 \text{ from } x=1 \text{ to } x=4.$$

दिया गया हो और $x=1$ से $x=4$ तक स्थानांतरण हो।

केस स्टडी:

एक कार एक सीधी सड़क के साथ चलती है, और t सेकंड में उसका वेग $v(t)=2t+3$ मीटर प्रति सेकंड दिया गया है। कार का कुल विस्थापन $t=0$ से $t=5$ तक ज्ञात करने के लिए समाकलन का उपयोग किया जाता है।

A car moves along a straight road, and its velocity at time t seconds is given by $v(t) = 2t + 3$ meters per second. Integration is used to find the total displacement of the car from $t = 0$ to $t = 5$.

प्रश्न:

1. कार के कुल विस्थापन को दर्शाने वाला समाकलन लिखें। (1 अंक)
2. निश्चित समाकलन का मान निकालें। (1 अंक)

$$\int_0^5 (2t + 3) dt$$

3. कार का कुल विस्थापन मीटर में ज्ञात करें। (1 अंक)
4. यदि वेग फलन में बदल जाए, तो समान अंतराल से के लिए नया विस्थापन ज्ञात करें। (2 अंक)

$$v(t) = 3t^2 + 2t$$

1. Write the integral representing the total displacement of the car. (1 mark)
2. Evaluate the definite integral. (1 mark)

$$\int_0^5 (2t + 3) dt$$

3. Find the total displacement of the car in meters. (1 mark)
4. If the velocity function changes to , determine the new displacement over the same interval to. (2 marks)

$$v(t) = 3t^2 + 2t$$