

Question Bank

CLASS 12TH

MATHEMATICS

Unit -3 Part -2 (Application of Derivatives)

Assertion-Reason Questions

Instructions:

Select the correct option for each Assertion-Reason question.

(A) Both assertion and reason are correct, and the reason is the correct explanation of assertion.

(B) Both assertion and reason are correct, but the reason does not explain the assertion.

(C) Assertion is correct, but the reason is incorrect.

(D) Assertion is incorrect, but the reason is correct.

निर्देश :-

1. प्रत्येक प्रश्न में एक कथन(A) और एक कारण (R) दिया गया है।

2. आपको दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करके सही उत्तर का चयन करना है:

A) A और R दोनों सही हैं, और R, A की सही व्याख्या करता है।

B) A और R दोनों सही हैं, लेकिन R, A की सही व्याख्या नहीं करता।

C) A सही है, लेकिन R गलत है।

D) A गलत है, लेकिन R सही है।

Q1. Assertion (A) : If for a function $f(x)$, $f'(x) > 0$ for all x , then $f(x)$ is an increasing function.

कथन: यदि किसी फलन $f(x)$ के लिए $f'(x) > 0$ सभी x के लिए सत्य हो, तो $f(x)$ एक वर्धमान फलन (increasing function) होता है।

Reason (R) : If the derivative of a function is positive at a point, then the function is increasing at that point.

कारण: यदि किसी फलन का अवकलज किसी बिंदु पर धनात्मक हो, तो वह फलन उस बिंदु पर वर्धमान होता है।

Q2. Assertion (A) : If the second derivative of a function $f''(x) > 0$ at $x = c$, then there is a local minimum at that point.

कथन: यदि किसी फलन का दूसरा अवकलज $f''(x) > 0$ किसी बिंदु $x = c$ पर सत्य हो, तो उस बिंदु पर स्थानीय न्यूनतम (local minimum) होगा।

Reason (R) : $f''(x) > 0$ means that the curve is concave up at that point.

कारण: $f''(x) > 0$ होने का अर्थ है कि वक्र उस बिंदु पर अवतल (concave up) है।

Q3. Assertion (A): If $f'(x) = 0$ at a point, then that point is an extremum.

कथन: यदि किसी फलन $f(x)$ का प्रथम अवकलज $f'(x) = 0$ किसी बिंदु पर हो, तो वह बिंदु चरम बिंदु (extremum) होगा।

Reason (R) : At an extremum point, the derivative of the function is zero.
कारण: चरम बिंदु पर फलन का अवकलज शून्य होता है।

Q4. Assertion (A) : If the derivative of a function is negative for all x , then the function is decreasing.

कथन: यदि किसी फलन का अवकलज सभी x के लिए ऋणात्मक है, तो वह हासमान(decreasing) फलन होगा।

Reason (R) : If $f'(x) < 0$, then $f(x)$ is decreasing at every point.

कारण: यदि $f'(x) < 0$, तो $f(x)$ प्रत्येक बिंदु पर हासमान होता है।

Q5. Assertion (A) : The second derivative test can be used to determine maximum or minimum points.

कथन: अधिकतम या न्यूनतम बिंदु का पता लगाने के लिए दूसरे अवकलज परीक्षण का उपयोग किया जा सकता है।

Reason (R) : If $f''(c) > 0$, then $x = c$ is a minimum point, and if $f''(c) < 0$, then it is a maximum point.

कारण: यदि $f''(c) > 0$, तो $x = c$ पर न्यूनतम बिंदु होता है, और यदि $f''(c) < 0$, तो अधिकतम बिंदु होता है।

Q6. Assertion (A) : For $f(x) = x^3 - 3x$, the extreme values occur at $x = 1$ and $x = -1$.

कथन: $f(x) = x^3 - 3x$ का चरम मान (extreme value) $x = 1$ और $x = -1$ पर होता है।

Reason (R) : At an extreme value, $f'(x) = 0$ and checking the sign change verifies it.

कारण: चरम मान पर $f'(x) = 0$ होता है और चिन्ह परिवर्तन की जाँच से इसे सत्यापित किया जाता है।

MCQs (1 Mark)

Q1. यदि $y = x^3$, तो x के सापेक्ष y के परिवर्तन की दर $x = 2$ पर क्या होगी?

(If $y = x^3$, what is the rate of change of y with respect to x at $x = 2$?)

(a) 12 (b) 10 (c) 8 (d) 6

Q2. फलन $f(x) = x^2 - 4x + 3$ के लिए x का कौन सा मान इसे घटते क्रम में बनाए रखेगा?

(For the function $f(x) = x^2 - 4x + 3$, which value of x ensures a decreasing function?)

(a) $x < 2$ (b) $x > 2$ (c) $x = 2$ (d) कोई नहीं (None)

Q3. यदि $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$, तो इसका स्थानीय अधिकतम बिंदु क्या होगा?

(If $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 5$, what is its local maximum point?)

(a) $x = 2$ (b) $x = 1$ (c) $x = 3$ (d) कोई नहीं (None)

Q4. यदि एक वस्तु की स्थिति समीकरण $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$ द्वारा दी गई हो, तो $t = 2$ पर

इसकी वेग दर क्या है?

(If the position of an object is given by $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 4$, what is its velocity at $t = 2$?)

(a) 0 (b) 2 (c) 3 (d) 4

Q5. फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ का स्थानीय न्यूनतम बिंदु क्या होगा?

(What is the local minimum point of the function $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$?)

- (a) $x = -1$ (b) $x = 3$ (c) $x = 1$ (d) कोई नहीं (None)

Q6. यदि किसी फलन के लिए $f'(x) > 0$ हो, तो वह फलन कैसा होगा?

(If $f'(x) > 0$ for a function, what can be said about the function?)

- (a) घटता हुआ (Decreasing) (b) बढ़ता हुआ (Increasing)

- (c) स्थिर (Constant) (d) कोई नहीं (None)

Q7. किसी बेलन के अधिकतम आयतन के लिए त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात क्या होगा?

(For a cylinder with maximum volume, what should be the ratio of its radius to height?)

- (a) 1:1 (b) 1:2 (c) 1:3 (d) 2:1

Q8. यदि एक कंपनी की लागत फलन $C(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 50$ हो, तो न्यूनतम लागत के लिए x का मान क्या होगा?

(If a company's cost function is $C(x) = x^3 - 6x^2 + 15x + 50$, what is the value of x for minimum cost?)

- (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4

2 marks Questions

Q.No	Questions
1	<p>एक वस्तु का आयतन $V = \pi r^2 h$ है। यदि त्रिज्या r और ऊँचाई h, समय के साथ बदलते हैं, तो dV/dt ज्ञात करने के लिए श्रृंखला नियम का प्रयोग करें, जब $r = 5$ सेमी, $h = 10$ सेमी और $dr/dt = 0.2$ सेमी/से, $dh/dt = 0.3$ सेमी/से।</p> <p>The volume of an object is given by $V = \pi r^2 h$. If the radius r and height h change with time, use the chain rule to find dV/dt when $r = 5$ cm, $h = 10$ cm, $dr/dt = 0.2$ cm/s, $dh/dt = 0.3$ cm/s.</p>
2	<p>एक कंपनी अपने उत्पाद के लिए मूल्य p (रुपये में) पर $q = 5000 - 20p$ की मांग का सामना कर रही है। उत्पाद की अधिकतम आय प्राप्त करने के लिए p का मान ज्ञात करें।</p> <p>A company faces demand $q = 5000 - 20p$ for its product at price p (in rupees). Find the value of p that maximizes the revenue.</p>
3	<p>एक गेंद $h = 100 - 5t^2$ समीकरण द्वारा वर्णित ऊँचाई के साथ गिरती है, जहाँ h मीटर में ऊँचाई है और t सेकंड में समय है। 2 सेकंड के बाद गेंद का वेग ज्ञात करें।</p> <p>A ball is falling with height given by $h = 100 - 5t^2$, where h is the height in meters and t is time in seconds. Find the velocity of the ball after 2 seconds.</p>
4	<p>एक खुले ढक्कन वाले बेलन का न्यूनतम सतह क्षेत्रफल प्राप्त करने के लिए उसकी त्रिज्या और ऊँचाई के बीच का अनुपात ज्ञात करें यदि उसका आयतन V नियत हो।</p> <p>Find the ratio between the radius and height of an open-top cylinder to minimize its surface area, given that its volume V is fixed.</p>

5	<p>यदि $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ हो, तो यह दिखाएँ कि इसका स्थानीय अधिकतम और स्थानीय न्यूनतम बिंदु क्या होंगे।</p> <p>If $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$, determine its local maximum and local minimum points.</p>
6	<p>एक किसान ने 100 मीटर की बाड़ के साथ एक आयताकार खेत बनाने की योजना बनाई है। अधिकतम क्षेत्रफल प्राप्त करने के लिए खेत की लंबाई और चौड़ाई ज्ञात करें।</p> <p>A farmer plans to enclose a rectangular field using 100 meters of fencing. Find the length and width of the field to maximize the area.</p>
7	<p>एक गोलाकार गुब्बारा हवा से भरा जा रहा है, जिससे इसकी त्रिज्या 4 सेमी/सेकंड की दर से बढ़ रही है। गुब्बारे की आयतन परिवर्तन की दर ज्ञात करें जब त्रिज्या 10 सेमी हो।</p> <p>A spherical balloon is being inflated, causing its radius to increase at a rate of 4 cm/sec. Find the rate at which the volume of the balloon is increasing when the radius is 10 cm.</p>
8	<p>एक सड़क के किनारे एक स्ट्रीट लाइट 10 मीटर की ऊँचाई पर लगी हुई है। यदि 2 मीटर ऊँचा व्यक्ति 4 मीटर/सेकंड की दर से प्रकाश स्तंभ से दूर चल रहा है, तो उसकी छाया की लंबाई कितनी तेजी से बढ़ रही है?</p> <p>A streetlight is fixed at a height of 10 meters. If a person 2 meters tall walks away from the pole at a speed of 4 m/sec, at what rate is the length of his shadow increasing?</p>
9	<p>यदि किसी टावर की ऊँचाई h मीटर है और एक पर्यवेक्षक 100 मीटर की दूरी पर खड़ा है, तो टावर की ऊँचाई के बढ़ने की दर ज्ञात करें यदि दृष्टि कोण (angle of elevation) प्रति सेकंड 0.02 रेडियन की दर से बढ़ रहा है।</p> <p>If a tower is h meters high and an observer stands 100 meters away, find the rate at which the height of the tower is increasing if the angle of elevation is increasing at a rate of 0.02 radians per second.</p>
10	<p>एक वाहनों की कंपनी अपने उत्पाद की कीमत p पर $q = 800 - 5p$ की मांग का सामना कर रही है। अधिकतम लाभ के लिए p का मान ज्ञात करें यदि उत्पादन लागत $C = 200 + 2q$ हो।</p> <p>A vehicle company faces demand $q = 800 - 5p$ at price p. Find the value of p for maximum profit if the cost of production is given by $C = 200 + 2q$.</p>
11	<p>A car is moving along a straight road such that its distance s (in meters) at time t (in seconds) is given by $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$. Find the time when the car is momentarily at rest.</p> <p>एक कार एक सीधे मार्ग पर चल रही है, जहाँ समय t (सेकंड में) पर इसकी दूरी s (मीटर में) निम्नलिखित फलन द्वारा दी गई है: $s = t^3 - 6t^2 + 9t + 2$। उस समय का मान ज्ञात करें</p>

	जब कार क्षणिक रूप से स्थिर हो।
12	<p>The revenue $R(x)$ from selling x units of a product is given by $R(x) = 150x - 3x^2$. Find the number of units that maximize the revenue and confirm using the second derivative test.</p> <p>एक उत्पाद की x इकाइयों की बिक्री से प्राप्त राजस्व $R(x)$ निम्नलिखित फलन द्वारा दिया गया है: $R(x) = 150x - 3x^2$। अधिकतम राजस्व के लिए x का मान ज्ञात करें तथा द्वितीय अवकलज परीक्षण द्वारा सत्यापित करें।</p>
	4 Marks Questions
1	<p>एक ठोस धातु की गेंद का आयतन समय के साथ बदल रहा है। यदि गेंद की त्रिज्या $r(t)$ हो और यह दर $dr/dt = 2$ cm/sec से बढ़ रहा हो, तो $t = 3$ सेकंड पर आयतन परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए।</p> <p>The volume of a solid metal sphere is changing over time. If the radius of the sphere is $r(t)$ and it is increasing at a rate of $dr/dt = 2$ cm/sec, find the rate of change of its volume at $t = 3$ seconds.</p>
2.	<p>एक शंकु की ऊँचाई 12 सेमी और त्रिज्या 5 सेमी है। यदि शंकु में पानी भरने की दर 10 cm^3/sec है, तो जल स्तर के बढ़ने की दर ज्ञात करें जब पानी की गहराई 8 सेमी हो।</p> <p>A cone has a height of 12 cm and a radius of 5 cm. If water is being poured into the cone at a rate of $10 \text{ cm}^3/\text{sec}$, find the rate at which the water level is rising when the depth of water is 8 cm.</p>
3.	<p>एक कंपनी ने अपने उत्पाद की लागत को $C(x) = 5x^2 + 10x + 100$ रुपये के रूप में मॉडल किया है। यदि प्रत्येक उत्पाद की बिक्री मूल्य 20 रुपये हो, तो अधिकतम लाभ प्राप्त करने के लिए x का मान ज्ञात करें।</p> <p>A company has modeled its product cost as $C(x) = 5x^2 + 10x + 100$ rupees. If the selling price per product is 20 rupees, find the value of x that maximizes the profit.</p>
4.	<p>एक फैक्ट्री में उत्पादन की दर $R(x) = 100 - 4x^2$ है, जहाँ x श्रमिकों की संख्या को दर्शाता है। निर्धारित करें कि उत्पादन दर को अधिकतम करने के लिए कितने श्रमिकों की आवश्यकता होगी।</p> <p>In a factory, the production rate is given by $R(x) = 100 - 4x^2$, where x represents the number of workers. Determine how many workers are required to maximize the production rate.</p>
5.	<p>एक केबल को ऊपर की ओर खींचा जा रहा है, जहाँ पोल की ऊँचाई 50 फीट और केबल की गति 2 फीट प्रति सेकंड है। पोल के आधार से 30 फीट की दूरी पर केबल के छोर की ऊँचाई</p>

	<p>परिवर्तन की दर ज्ञात करें।</p> <p>A cable is being pulled upward, where the height of the pole is 50 feet and the cable is moving at a speed of 2 feet per second. Find the rate at which the height of the cable end is changing when it is 30 feet away from the base of the pole.</p>
6.	<p>एक सड़क पर कार की गति को $S(t) = 3t^2 + 2t - 5$ मॉडल किया गया है। $t = 4$ सेकंड पर कार की त्वरित गति ज्ञात करें।</p> <p>The speed of a car on a road is modeled as $S(t) = 3t^2 + 2t - 5$. Find the acceleration of the car at $t = 4$ seconds.</p>
7.	<p>एक व्यक्ति एक 20 मीटर ऊँचे टॉवर के शीर्ष से एक रस्सी को खींचता है। यदि रस्सी 2 m/sec की गति से खींची जा रही है, तो टॉवर के आधार से 15 मीटर की दूरी पर व्यक्ति की गति ज्ञात करें।</p> <p>A person pulls a rope from the top of a 20-meter high tower. If the rope is being pulled at a speed of 2 m/sec, find the rate at which the person's distance from the base of the tower is changing when they are 15 meters away from it.</p>
8.	<p>एक बल्ब एक ऊँचे खंभे पर लगाया गया है और एक व्यक्ति 2 मी/सेकंड की गति से खंभे से दूर जा रहा है। यदि खंभे की ऊँचाई 10 मीटर और व्यक्ति की ऊँचाई 2 मीटर हो, तो परछाई की लंबाई बदलने की दर ज्ञात करें जब व्यक्ति खंभे से 5 मीटर दूर हो।</p> <p>A light bulb is fixed on a high pole, and a person is walking away from the pole at 2 m/sec. If the height of the pole is 10 meters and the person's height is 2 meters, find the rate at which the length of the shadow is changing when the person is 5 meters away from the pole.</p>
9.	<p>किसी बंद बेलनाकार डिब्बे के लिए न्यूनतम सतह क्षेत्रफल ज्ञात करें, जिसका आयतन 500 cm^3 हो और आधार वृत्ताकार हो।</p> <p>Find the minimum surface area of a closed cylindrical container having a volume of 500 cm^3 and a circular base.</p>
10.	<p>एक ट्रेन 60 किमी/घंटा की गति से चल रही है और एक 30° कोण पर एक पहाड़ी पर चढ़ रही है। ट्रेन की ऊर्ध्वाधर ऊँचाई बढ़ने की दर ज्ञात करें।</p> <p>A train is moving at a speed of 60 km/h and climbing a hill at an angle of 30°. Find the rate at which the vertical height of the train is increasing.</p>

5 Marks Questions

- एक गुब्बारा गैस से फुलाया जा रहा है और इसकी त्रिज्या r बढ़ रही है। यदि त्रिज्या $r = 3$ सेमी पर त्रिज्या की वृद्धि दर $(dr/dt = 2 \text{ सेमी/सेकंड})$ है, तो इस समय आयतन V की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए। $(V = (4/3)\pi r^3)$
A balloon is being inflated with gas, and its radius r is increasing. If the rate of

change of radius is ($dr/dt = 2$ cm/sec) at $r = 3$ cm, find the rate at which the volume V is increasing at that instant. ($V = (4/3)\pi r^3$)

2. फलन $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ के लिए x के किस मान के लिए यह बढ़ता है और कब घटता है, यह निर्धारित करें।

Determine for what values of x the function $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ is increasing and decreasing.

3. एक खुले टैंक का आयतन $V = 4x^2h$ घन सेमी है। यदि टैंक की सतह क्षेत्रफल न्यूनतम हो तो h और x के मध्य संबंध ज्ञात कीजिए।

An open tank has a volume of $V = 4x^2h$ cubic cm. Find the relation between h and x when the surface area is minimized.

4. एक शंक्वाकार जलाशय में पानी डाला जा रहा है जिसकी ऊँचाई 10 मीटर और आधार त्रिज्या 5 मीटर है। यदि पानी की गहराई 4 मीटर पर जल स्तर बढ़ने की दर 2 सेमी/सेकंड है, तो इस समय पानी के आयतन की वृद्धि दर ज्ञात कीजिए।

Water is being poured into a conical reservoir with a height of 10 meters and a base radius of 5 meters. If the water level is rising at a rate of 2 cm/sec when the depth of water is 4 meters, find the rate at which the volume of water is increasing at that instant.

5. यदि किसी वस्तु की कीमत $P(x) = 500 - 2x$ हो, जहाँ x बिक्री की गई वस्तुओं की संख्या है, तो उस बिंदु पर राजस्व की अधिकतम मात्रा ज्ञात कीजिए जहाँ राजस्व अधिकतम हो।

If the price of a commodity is given by $P(x) = 500 - 2x$, where x is the number of items sold, find the maximum revenue and the value of x at which it occurs.

6. एक तार को 100 सेमी लंबाई के साथ दो भागों में काटा जाता है। एक भाग को वर्ग के रूप में और दूसरे को वृत्त के रूप में मोड़ा जाता है। वर्ग और वृत्त के सम्मिलित क्षेत्रफल को न्यूनतम करने के लिए प्रत्येक भाग की लंबाई ज्ञात करें।

A wire of length 100 cm is cut into two parts. One part is bent into a square, and the other is bent into a circle. Find the lengths of each part to minimize the combined area of the square and the circle.

7. एक वस्तु का वेग समय के साथ $v(t) = 3t^2 - 12t + 5$ द्वारा दिया गया है। ज्ञात करें कि वेग कब बढ़ रहा है और कब घट रहा है।

The velocity of an object is given by $v(t) = 3t^2 - 12t + 5$. Determine when the velocity is increasing and when it is decreasing.

8. एक बेलनाकार बंद डिब्बे का कुल सतह क्षेत्रफल 600 cm^2 है। इसकी त्रिज्या और ऊँचाई के बीच का अनुपात ज्ञात कीजिए जिससे इसकी मात्रा अधिकतम हो। A closed cylindrical can has a total surface area of 600 cm^2 . Find the ratio between its radius and height so that its volume is maximized.

9. एक कंपनी का लाभ $L(x) = 50x - 2x^2$ है, जहाँ x बेची गई इकाइयों की संख्या है। अधिकतम लाभ और बेची जाने वाली इकाइयों की संख्या ज्ञात करें।

A company's profit is given by $L(x) = 50x - 2x^2$, where x is the number of units sold. Find the maximum profit and the number of units sold at which it occurs.

10. किसी समतल तल में एक वृत्तीय छायाचित्र की त्रिज्या 5 cm प्रति सेकंड की दर से बढ़ रहा है। उस समय वृत्त की परिधि के बढ़ने की दर ज्ञात कीजिए जब त्रिज्या 10 cm हो। The radius of a circular shadow is increasing at the rate of 5 cm/sec. Find the rate at which its circumference is increasing when the radius is 10 cm. $C = 2\pi r$
11. किसी फलन $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$ के वृद्धि और ह्रास के अंतराल ज्ञात कीजिए। Find the intervals of increase and decrease for the function $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 15$.
12. एक खुले बेलन की त्रिज्या r और ऊँचाई h है। कुल सतह क्षेत्रफल 100 वर्ग सेमी है। अधिकतम आयतन के लिए त्रिज्या और ऊँचाई ज्ञात कीजिए। A cylinder with an open top has radius r and height h . If the total surface area is 100 cm^2 , find the radius and height for maximum volume. $V = \pi r^2 h$
13. एक नाव नदी में बह रही है। यदि नाव की गति 4 km/h है और धारा की गति 2 km/h है, तो तटरेखा के साथ नाव की स्थिति के परिवर्तन की दर ज्ञात कीजिए जब नाव तट से 3 km दूर हो। A boat is drifting in a river. If the boat's speed is 4 km/h and the current's speed is 2 km/h, find the rate of change of its position along the shore when the boat is 3 km from the shore.

Case Studies

Case Study 1:

A manufacturing company produces cylindrical cans with a fixed volume of 1000 cm^3 . The cost of producing the material for the can depends on the surface area. The company wants to design the can such that the material cost is minimized.

एक विनिर्माण कंपनी 1000 सेमी^3 के निश्चित आयतन वाले बेलनाकार डिब्बे बनाती है। डिब्बे के लिए सामग्री उत्पादन की लागत उसके सतह क्षेत्रफल पर निर्भर करती है। कंपनी डिब्बे को इस प्रकार डिजाइन करना चाहती है कि सामग्री लागत न्यूनतम हो।

Q. No.	Question
1. (1 mark)	यदि एक बेलन का आयतन 1000 सेमी^3 हो और उसकी ऊँचाई h सेमी और त्रिज्या r सेमी हो, तो आयतन का समीकरण क्या होगा? If a cylinder has a volume of 1000 cm^3 with height h cm and radius r cm, what will be the equation for its volume?
2. (1 mark)	बेलन के कुल सतह क्षेत्रफल को उसके आयतन के संदर्भ में व्यक्त करें। Express the total surface area of the cylinder in terms of its volume.
3. (1 mark)	न्यूनतम लागत प्राप्त करने के लिए त्रिज्या और ऊँचाई का अनुपात ज्ञात कीजिए। Find the ratio of radius to height for minimizing the cost.
4. (2 marks)	समीकरण को पहले और दूसरे अवकलज परीक्षण से हल करके पुष्टि करें कि लागत न्यूनतम होगी। Verify using first and second derivative tests that the cost is minimized.

Case Study 2:

A car is moving down a sloping road, and its velocity function is given by $v(t) = 5t^2 - 20t + 30$ where t is time in seconds. The driver wants to determine the time when the car reaches its minimum velocity.

एक कार ढलान वाली सड़क पर नीचे की ओर चल रही है, और उसका वेग निम्न फलन द्वारा दिया गया है:

$$v(t) = 5t^2 - 20t + 30, \text{ जहाँ } t \text{ समय (सेकंड में) है।}$$

चालक उस समय का निर्धारण करना चाहता है जब कार का वेग न्यूनतम होगा।

Q. No.	Question
1. (1 mark)	कार की चाल के लिए अवकलन ज्ञात करें। Find the derivative of the velocity function.
2. (1 mark)	कार की चाल को न्यूनतम करने के लिए आवश्यक समय t ज्ञात करें। Find the time t at which the velocity is minimized.
3. (1 mark)	इस समय पर कार की न्यूनतम चाल कितनी होगी? Find the minimum velocity of the car at this time.
4. (2 marks)	पहले और दूसरे अवकलज परीक्षण से सिद्ध कीजिए कि यह न्यूनतम चाल है। Verify using first and second derivative tests that the velocity is minimized.

Case Study 3:

A cup of hot coffee is placed in a room where the surrounding temperature is 25°C . The temperature T of the coffee at time t follows the equation:

$$T(t) = 80e^{-0.1t} + 25$$

The coffee is said to cool down fastest at a particular moment.

एक गर्म कॉफी का कप एक कमरे में रखा जाता है जहाँ परिवेश का तापमान 25°C है।

समय t पर कॉफी का तापमान T निम्नलिखित समीकरण का अनुसरण करता है:

$$T(t) = 80e^{-0.1t} + 25$$

कहा जाता है कि किसी विशेष समय पर कॉफी सबसे तेज़ी से ठंडी होती है।

Q. No.	Question
1. (1 mark)	कॉफी के तापमान परिवर्तन दर को ज्ञात करने के लिए समीकरण को अवकलित करें। Differentiate the equation to find the rate of temperature change of the coffee.
2. (1 mark)	उस समय t का मान ज्ञात करें जब कॉफी का शीतलन दर अधिकतम होगा। Find the time t when the cooling rate is maximum.
3. (1 mark)	इस समय पर कॉफी का तापमान कितना होगा? Find the temperature of the coffee at this time.
4. (2 marks)	पहले और दूसरे अवकलज परीक्षण का उपयोग करके यह सिद्ध करें कि यह अधिकतम शीतलन दर है। Verify using first and second derivative tests that this is the maximum cooling rate.