

**Question Bank**  
**CLASS 12<sup>TH</sup>**  
**MATHEMATICS**  
**UNIT-3 (Part-V)**  
**DIFFERENTIAL EQUATION**

**Assertion-Reason Questions**

**Instructions:**

Select the correct option for each Assertion-Reason question.

- (A) Both assertion and reason are correct, and the reason is the correct explanation of assertion.  
(B) Both assertion and reason are correct, but the reason does not explain the assertion.  
(C) Assertion is correct, but the reason is incorrect.  
(D) Assertion is incorrect, but the reason is correct.

**निर्देश :-**

1. प्रत्येक प्रश्न में एक कथन(A) और एक कारण (R) दिया गया है।
2. आपको दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करके सही उत्तर का चयन करना है:

- A) A और R दोनों सही हैं, और R, A की सही व्याख्या करता है।  
B) A और R दोनों सही हैं, लेकिन R, A की सही व्याख्या नहीं करता।  
C) A सही है, लेकिन R गलत है।  
D) A गलत है, लेकिन R सही है।

**1. Assertion (A):** The order of a differential equation is the highest power of the derivative occurring in it.

**कथन (A):** किसी अवकल समीकरण की कोटि उसमें उपस्थित उच्चतम घातांक वाला अवकलज होता है।

**Reason (R):** The degree of a differential equation is always a positive integer.

**कारण (R):** अवकल समीकरण की कोटि सदैव एक धनात्मक पूर्णांक होती है।

---

**2. Assertion (A):** A first-order differential equation involves only the first derivative and no higher derivatives.

**कथन (A):** प्रथम कोटि अवकल समीकरण केवल पहले अवकलज को सम्मिलित करता है और उच्चतर अवकलज नहीं होते।

**Reason (R):** A differential equation of order two or more is always linear.

**कारण (R):** कोटि दो या अधिक होने वाला कोई भी अवकल समीकरण सदैव रैखिक होता है।

---

---

3. **Assertion (A):** The general solution of a differential equation contains arbitrary constants.

**कथन (A):** अवकल समीकरण का सामान्य हल स्वेच्छिक नियतांक सम्मिलित करता है।

**Reason (R):** The number of arbitrary constants in the general solution of an  $n$ th order differential equation is  $n$ .

**कारण (R):** किसी  $n$ -कोटि अवकल समीकरण के सामान्य हल में  $n$  स्वेच्छिक नियतांक होते हैं।

---

4. **Assertion (A):** The particular solution of a differential equation does not contain arbitrary constants.

**कथन (A):** किसी अवकल समीकरण का विशिष्ट हल स्वेच्छिक नियतांक को सम्मिलित नहीं करता।

**Reason (R):** A particular solution is obtained by substituting given initial conditions in the general solution.

**कारण (R):** किसी विशेष हल को सामान्य हल में दी गई प्रारंभिक शर्तें प्रतिस्थापित करके प्राप्त किया जाता है।

---

5. **Assertion (A):** The equation  $(dy/dx)+P(x)y=Q(x)$  is a linear differential equation.

**कथन (A):** समीकरण  $(dy/dx)+P(x)y=Q(x)$  एक रैखिक अवकल समीकरण है।

**Reason (R):** A differential equation is called linear if the dependent variable and its derivatives occur in the first degree only.

**कारण (R):** यदि किसी अवकल समीकरण में आश्रित चर और उसके अवकलज केवल प्रथम घात में होते हैं, तो इसे रैखिक कहा जाता है।

---

6. **Assertion (A):** A homogeneous differential equation can always be solved by the method of separation of variables.

**कथन (A):** एक समघातीय अवकल समीकरण को हमेशा चरों के पृथक्करण विधि द्वारा हल किया जा सकता है।

**Reason (R):** A homogeneous function satisfies the property  $f(tx,ty)=t^n f(x,y)$

---

**कारण (R):** एक समघातीय फलन गुणधर्म  $f(tx,ty)=t^n f(x,y)$  को संतुष्ट करता है।

---

7. **Assertion (A):** The solution of a differential equation represents a family of curves.

**कथन (A):** किसी अवकल समीकरण का हल वक्रों के एक परिवार को निरूपित करता है।

**Reason (R):** Each arbitrary constant in the solution represents a different member of the family.

**कारण (R):** हल में प्रत्येक स्वेच्छिक नियतांक वक्रों के परिवार का एक भिन्न सदस्य निरूपित करता है।

---

8. **Assertion (A):** The equation  $(dy/dx)=y+x$  is a linear differential equation.

**कथन (A):** समीकरण  $(dy/dx)=y+x$  एक रैखिक अवकल समीकरण है।

**Reason (R):** A differential equation is linear if the dependent variable appears with its derivative in multiplicative form.

**कारण (R):** यदि अवकल समीकरण में आश्रित चर अपने अवकलज के साथ गुणात्मक रूप में उपस्थित होता है, तो यह रैखिक होता है।

---

9. **Assertion (A):** The equation  $(dy/dx)=y^2+x$  is a nonlinear differential equation.

**कथन (A):** समीकरण  $(dy/dx)=y^2+x$  एक अरैखिक अवकल समीकरण है।

**Reason (R):** The power of the dependent variable  $y$  is greater than 1.

**कारण (R):** आश्रित चर  $y$  की घात 1 से अधिक है।

---

10. **Assertion (A):** The integrating factor (IF) for the linear equation  $(dy/dx)+P(x)y=Q(x)$  is  $e^{\int P(x)dx}$

**कथन (A):** रैखिक समीकरण  $(dy/dx)+P(x)y=Q(x)$  के लिए समाकलन गुणक  $e^{\int P(x)dx}$  होता है।

**Reason (R):** The integrating factor helps in converting a differential equation into an exact differential equation.

**कारण (R):** समाकलन गुणक किसी अवकल समीकरण को यथार्थ अवकल समीकरण में परिवर्तित करने में सहायता करता है।

---

## MCQs

Q1. What is the order of the following differential equation:

निम्नअवकल समीकरण की कोटि क्या है:

$$(d^2y/dx^2) + 3 (dy/dx) + y = 0$$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) 0

Q2. What is the degree of the differential equation

अवकल समीकरण की घात क्या है?

$$(d^2y/dx^2)^3 + (dy/dx) = 0$$

(A) 1

(B) 2

(C) 3

(D) None

Q3. Which of the following is a linear differential equation?

निम्नलिखित में से कौन-सा समीकरण एक रैखिक अवकल समीकरण है?

(A)  $dy/dx + y^2 = 0$

(B)  $dy/dx + xy = x^2$

(C)  $y dy/dx + y = 1$

(D)  $d^2y/dx^2 + y^2 = 0$

Q4. The general solution of

समीकरण का सामान्य हल क्या होगा?

$$dy/dx = 3x^2$$

(A)  $y = x^3 + C$

(B)  $y = x^3 - C$

(C)  $y = 3x + C$

(D)  $y = 3x^2 + C$

Q5. A differential equation is said to be homogeneous if:

एक अवकल समीकरण को समघातीय कहा जाता है यदि:

- (A) It contains only derivatives  
इसमें केवल अवकलज (derivatives) हैं।
- (B) It has variable separable form  
यह चर पृथक्करण रूप (variable separable form) रखता है।
- (C) All terms have the same degree  
सभी पदों की घात समान हो
- (D) None of these  
उपरोक्त में से कोई नहीं

## One Word Answer Questions

1. निम्न अवकल समीकरण की कोटि क्या है? / What is the order of the following differential equation?  $d^2y/dx^2 + 3 dy/dx + y = 0$

2. अवकल समीकरण की घात क्या है? / What is the degree of the differential equation?  $(d^2y/dx^2)^3 + 2 dy/dx = 5$

3. वह कौन सा हल है जिसमें एक स्वेच्छिक स्थिरांक होता है? / What type of solution contains an arbitrary constant?

4. वह कौन सा हल है जो अवकल समीकरण और प्रारंभिक स्थिति दोनों को संतुष्ट करता है? / What type of solution satisfies both the differential equation and initial condition?

5. अवकल समीकरण की कोटि क्या है? / What is the order of the differential equation?  $(dy/dx)^4 + y = 0$

6. अवकल समीकरण की घात क्या है? / What is the degree of the differential equation?  $(d^3y/dx^3)^2 + d^2y/dx^2 = 0$

7. चरों के पृथक्करण द्वारा अवकल समीकरण हल करने की प्रक्रिया का प्रथम चरण क्या है? / What is the first step in solving a differential equation by separation of variables?

8. किस प्रकार का अवकल समीकरण इस रूप में होता है? / What type of differential equation has the form  $dy/dx + Py = Q$

9. इस समीकरण का समाकलन गुणक (IF) क्या है? / What is the integrating factor of  $dy/dx + Py = Q$

10. अवकल समीकरण की कोटि क्या है? / What is the order of the differential equation?  $d^4y/dx^4 + d^3y/dx^3 = 0$

11. निम्नलिखित वक्रों के परिवार का अवकल समीकरण क्या होगा? / What is the differential equation representing the family of curves?  $y = Ae^x$
12. यदि / If  $dy/dx = f(x)g(y)$
13. अवकल समीकरण की घात क्या है? / What is the degree of the differential equation?  $(d^2y/dx^2)^5 + 2y = 0$
14. इस समीकरण का सामान्य हल क्या है? / What is the general solution of  $dy/dx = ky$
15. इस समीकरण का समाकलन गुणक (IF) क्या है? / What is the integrating factor (IF) of the equation  $dy/dx + 3y = e^x$
16. इस समीकरण का विशिष्ट हल क्या होगा? / What is the particular solution of  $dy/dx = y$  with  $y(0) = 1$
17. अवकल समीकरण की कोटि क्या है? / What is the order of the differential equation?  $d^3y/dx^3 + 5y = 0$
18. प्रथम-कोटि रैखिक अवकल समीकरण का रूप क्या होता है? / What is the form of a linear first-order differential equation?
19. इस समीकरण का हल क्या होगा? / What is the solution of  $dy/dx = 0$

## 2 Marks Questions

1. Prove that the differential equation  $dy/dx = (x^2 + y^2)/(2xy)$  is homogeneous and solve it.  
सिद्ध करें कि अवकल समीकरण  $dy/dx = (x^2 + y^2)/(2xy)$  समघातीय है और इसे हल करें।
2. Find the order and degree of the differential equation  $(d^2y/dx^2)^3 + dy/dx = x^5$ .  
अवकल समीकरण  $(d^2y/dx^2)^3 + dy/dx = x^5$  का कोटि और घातांक ज्ञात करें।
3. Show that  $x^2 + y^2 + 2xy (dy/dx) = 0$  is homogeneous and solve it.  
दर्शाइए कि  $x^2 + y^2 + 2xy (dy/dx) = 0$  समघातीय है और इसे हल करें।
4. Determine the particular solution of  $dy/dx + 2y = e^{-x}$  given that  $y(0) = 1$ .  
विशिष्ट हल ज्ञात करें  $dy/dx + 2y = e^{-x}$ , जब  $y(0) = 1$  दिया गया हो।
5. Solve the differential equation  $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$  by separation of variables.  
चर पृथक्करण विधि द्वारा अवकल समीकरण  $\frac{dy}{dx} + 1 = e^{x+y}$  को हल करें।
6. Find the general solution of the differential equation  $(dy/dx) + y = x^2$ .

अवकल समीकरण  $(dy/dx) + y = x^2$  का सामान्य हल ज्ञात करें।

7. Show that the equation  $dy/dx = (x + y)/(x - y)$  is homogeneous and solve it.

दिखाइए कि समीकरण  $dy/dx = (x + y)/(x - y)$  समघातीय है और इसे हल करें।

8. Find the integrating factor of the equation  $dy/dx - (y/x) = x^2$ .

समीकरण  $dy/dx - (y/x) = x^2$  का समाकलन गुणक ज्ञात करें।

9. Solve the differential equation  $dy/dx + (2/x) = x^3$ .

अवकल समीकरण  $dy/dx + (2/x) = x^3$  को हल करें।

10. Verify whether  $y = Cx^2 - 1/x$  is a solution of  $x^2(d^2y/dx^2) - 3x(dy/dx) + 3y = 0$ .

सत्यापित करें कि क्या  $y = Cx^2 - 1/x$ , समीकरण  $x^2(d^2y/dx^2) - 3x(dy/dx) + 3y = 0$  का हल है या नहीं।

#### 4 Marks Questions-

1. Determine the order and degree (if defined) of the following differential equation:

$$(d^2y/dx^2)^3 + \sin(dy/dx) = 0$$

Justify your answer.

निम्नलिखित अवकल समीकरण के कोटि और घातांक (यदि परिभाषित हो) को निर्धारित करें:

$$(d^2y/dx^2)^3 + \sin(dy/dx) = 0$$

अपने उत्तर को उचित ठहराएँ।

2. Explain why the equation  $(dy/dx)^2 + d^3y/dx^3 = 0$  does not have a well-defined degree.

समझाइए कि समीकरण  $(dy/dx)^2 + d^3y/dx^3 = 0$  का स्पष्ट रूप से परिभाषित घातांक क्यों नहीं है।

3. The function  $y = ax^2 + bx + c$  satisfies a second-order differential equation. Find the differential equation and evaluate whether it is linear or non-linear.

फलन  $y = ax^2 + bx + c$  एक द्वितीय कोटि अवकल समीकरण को संतुष्ट करता है। अवकल समीकरण ज्ञात करें और मूल्यांकन करें कि यह रैखिक है या अरैखिक।

4. Consider the equation  $d^2y/dx^2 + 3(dy/dx)^{(1/2)} = 4x$ . Discuss its order and degree, if defined. Also, justify whether it is linear or non-linear.

समीकरण  $d^2y/dx^2 + 3(dy/dx)^{(1/2)} = 4x$  पर विचार करें। यदि परिभाषित हो, तो इसका कोटि और घातांक चर्चा करें। साथ ही, यह रैखिक है या गैर-रैखिक, इसका औचित्य दें।

5. If the general solution of a differential equation is  $y = A \sin(x) + B \cos(x)$ , derive the corresponding differential equation and analyze its characteristics.

यदि किसी अवकल समीकरण का व्यापक हल  $y = A \sin(x) + B \cos(x)$  है, तो संबंधित अवकल समीकरण प्राप्त करें और इसकी विशेषताओं का विश्लेषण करें।

6. A water tank is leaking at a rate proportional to the amount of water remaining in it. Form a differential equation to model this situation and solve it to find how long it takes for half of the water to drain. Interpret the result.

एक जल टंकी से पानी उस मात्रा के अनुपात में रिस रहा है जो उसमें बचा है। इस स्थिति को प्रदर्शित करने के लिए एक अवकल समीकरण बनाइए और इसे हल करके ज्ञात कीजिए कि आधा पानी निकलने में कितना समय लगेगा। परिणाम की व्याख्या कीजिए।

7. A cup of coffee at  $80^{\circ}\text{C}$  is placed in a room where the temperature is  $25^{\circ}\text{C}$ . Using Newton's law of cooling, form a differential equation and determine the temperature of the coffee after 10 minutes.

$80^{\circ}\text{C}$  तापमान वाली कॉफी का कप  $25^{\circ}\text{C}$  तापमान वाले कमरे में रखा गया है। न्यूटन के शीतलन नियम का उपयोग करके एक अवकल समीकरण बनाइए और 10 मिनट के बाद कॉफी के तापमान का निर्धारण कीजिए।

8. The population of a city grows at a rate proportional to its population. Form a differential equation and find the general solution.

एक शहर की जनसंख्या वृद्धि की दर उसकी जनसंख्या के अनुपात में बढ़ती है। एक अवकल समीकरण बनाइए और इसका व्यापक हल ज्ञात कीजिए।

9. A resistor and capacitor are connected in series with a DC voltage source. The voltage across the capacitor satisfies a first-order linear differential equation. Find its solution and explain its physical significance.

एक प्रतिरोधक और संधारित्र को दिष्ट वोल्टेज स्रोत के साथ श्रृंखला में जोड़ा जाता है। संधारित्र के पार वोल्टेज प्रथम-कोटि की रैखिक अवकल समीकरण का पालन करता है। इसका हल ज्ञात कीजिए और इसके भौतिक महत्व की व्याख्या कीजिए।

10. If a radioactive substance decays at a rate proportional to the remaining substance, derive the differential equation and determine the time taken for the substance to decay to half its original amount.

यदि कोई रेडियोधर्मी पदार्थ अपनी बची हुई मात्रा के अनुपात में क्षय करता है, तो अवकल समीकरण तैयार कीजिए और यह ज्ञात कीजिए कि मूल मात्रा के आधे तक क्षय होने में कितना समय लगेगा।

11. The velocity of a falling object is proportional to the difference between its velocity and the terminal velocity. Form a differential equation and find the velocity as a function of time.

गिरती हुई वस्तु का वेग अंतिम वेग और उसके वर्तमान वेग के अंतर के अनुपात में होता है। एक अवकल समीकरण बनाइए और वेग को समय के फलन के रूप में ज्ञात कीजिए।

12. A bank account earns interest at a rate proportional to the current balance. Form a differential equation to model this situation and solve it.



एक बैंक खाता वर्तमान शेष राशि के अनुपात में ब्याज अर्जित करता है। इस स्थिति को प्रदर्शित करने के लिए एक अवकल समीकरण बनाइए और इसे हल कीजिए।

13. The rate of change of atmospheric pressure with height follows a differential equation. Find the general solution and interpret its meaning.

वायुमंडलीय दाब की ऊंचाई के साथ परिवर्तन दर एक अवकल समीकरण का अनुसरण करती है। इसका सामान्य हल ज्ञात कीजिए और इसके अर्थ की व्याख्या कीजिए।

14. An electric circuit containing an inductor and resistor follows a first-order differential equation. Derive the equation and find the current as a function of time.

एक विद्युत परिपथ जिसमें प्रेरकत्व और प्रतिरोधक शामिल हैं, एक प्रथम-कोटीय अवकल समीकरण का अनुसरण करता है। इस समीकरण को तैयार कीजिए और समय के साथ धारा का फलन ज्ञात कीजिए।

## 5 Marks Questions:

1. Define a differential equation. Explain the concepts of order and degree of a differential equation with suitable examples.

अवकल समीकरण को परिभाषित करें। किसी भी अवकल समीकरण का कोटि और घात क्या है? उदाहरण सहित समझाइए।

2. Given the differential equation  $\frac{d^3y}{dx^3} + 5(\frac{dy}{dx})^2 - 7 = 0$ , determine its order and degree. Explain why the degree of some differential equations cannot be defined.

$\frac{d^3y}{dx^3} + 5(\frac{dy}{dx})^2 - 7 = 0$  प्राप्त समीकरण के कोटि और गुण का निर्धारण करें। कुछ समीकरणों के गुण को क्यों परिभाषित नहीं किया जा सकता?

3. Derive the general solution of the differential equation  $\frac{dy}{dx} = x^2 + 3x - 5$  using the method of separation of variables.

$\frac{dy}{dx} = x^2 + 3x - 5$  की व्यापक हल को चर पृथक्करण विधि का उपयोग करके व्युत्पन्न करें।

4. A particular solution satisfies both the differential equation and a given initial condition. If the general solution of a differential equation is  $y = C e^{2x} + x^2$ , determine the particular solution given that  $y(0) = 5$ .

यदि सामान्य हल  $y = C e^{2x} + x^2$  है और  $y(0) = 5$  दिया गया है, तो विशिष्ट हल का निर्धारण करें।

5. Solve the homogeneous differential equation  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$ .

समघातीय अवकल समीकरण  $(x^2 + y^2)dx - 2xydy = 0$  को हल करें।

6. Verify that  $y = x^{-1} + Ce^{-x}$  is the general solution of the linear differential equation  $dy/dx + y = x$ .

सिद्ध करें कि  $y = x^{-1} + Ce^{-x}$  रैखिक समीकरण  $dy/dx + y = x$  का व्यापक हल है।

7. Discuss the geometrical significance of the differential equation  $dy/dx = f(x, y)$ .

$dy/dx = f(x, y)$  समीकरण के ज्यामितीय महत्व पर चर्चा करें।

8. Find the integrating factor and solve the differential equation  $dy/dx - y/x = x^2$ .

समाकलन गुणक ज्ञात करें और समीकरण  $dy/dx - y/x = x^2$  को हल करें।

9. Formulate a real-life application problem that can be modeled using the differential equation  $dy/dx = ky$  and solve it.

एक व्यावहारिक समस्या तैयार करें जिसे  $dy/dx = ky$  समीकरण से प्रदर्शित किया जा सके और इसे हल करें।

10. Show that the solution of the equation  $d^2y/dx^2 - 3 dy/dx + 2y = 0$  is of the form  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$ .

दर्शाएँ कि समीकरण  $d^2y/dx^2 - 3 dy/dx + 2y = 0$  का हल  $y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x$  के रूप में होता है।

## Case Study Based Questions

### Case Study 1:

A tank initially contains 100 liters of pure water. A solution containing 5 grams of salt per liter is poured into the tank at a rate of 2 liters per minute. The well-stirred mixture is drained out of the tank at the same rate. Let  $y(t)$  be the amount of salt (in grams) in the tank at time  $t$  (in minutes). The differential equation governing the amount of salt in the tank is given by:

$$dy/dt + (2/100)y = 10$$

एक टैंक में प्रारंभ में 100 लीटर शुद्ध पानी होता है। एक विलयन जिसमें प्रति लीटर 5 ग्राम नमक होता है, 2 लीटर प्रति मिनट की दर से टैंक में डाला जाता है। अच्छी तरह से मिलाए गए मिश्रण को उसी दर

से टैंक से निकाला जाता है। टैंक में समय  $t$  (मिनटों में) पर नमक की मात्रा (ग्राम में)  $y(t)$  हो, तो नमक की मात्रा के लिए दिए गए अवकल समीकरण को निम्न रूप में लिखा जा सकता है:

$$dy/dt + (2/100)y = 10$$

Q1. Identify the type of the given differential equation. (1 mark)

प्रदत्त अवकल समीकरण के प्रकार की पहचान करें। (1 अंक)

Q2. Find the order and degree of the given differential equation. (1 mark)

दिए गए अवकल समीकरण का कोटि (Order) और घात (Degree) ज्ञात करें। (1 अंक)

Q3. Write the integrating factor (IF) for the given equation. (1 mark)

दिए गए समीकरण के लिए समाकलन गुणक लिखें। (1 अंक)

Q4. Solve the differential equation using the integrating factor method. (2 marks)

समाकलन गुणक विधि का उपयोग करके अवकल समीकरण को हल करें। (2 अंक)

### Case Study 2:

A radioactive substance decays at a rate proportional to its quantity. The rate of change of mass  $m(t)$  of the substance at time  $t$  is given by:

$$dm/dt = -km$$

Initial mass of the substance  $m_0$ .

एक रेडियोधर्मी पदार्थ अपनी मात्रा के समानुपाती दर से क्षय (decay) होता है। पदार्थ की मात्रा  $m(t)$  का समय  $t$  पर परिवर्तन दर निम्न प्रकार दी गई है:

$$dm/dt = -km$$

पदार्थ की प्रारंभिक मात्रा  $m_0$  है।

Q1. Identify the type of the given differential equation. (1 mark)

प्रदत्त अवकल समीकरण के प्रकार की पहचान करें। (1 अंक)

Q2. Find the general solution of the given differential equation. (1 mark)

दिए गए अवकल समीकरण का सामान्य हल ज्ञात करें। (1 अंक)

Q3. Determine the particular solution when  $m_0 = 100$  grams and  $k = 0.01$  (1 mark)

जब  $m_0 = 100$  ग्राम और  $k = 0.01$  हो, तो विशेष हल ज्ञात करें। (1 अंक)

Q4. Interpret the physical significance of the obtained solution. (2 marks)

प्राप्त हल के भौतिक महत्व की व्याख्या करें। (2 अंक)