

## QUESTION BANK

### CLASS 12<sup>TH</sup>

#### MATHEMATICS

#### UNIT-6

#### ASSERTION REASON QUESTIONS

##### Instructions:

Select the correct option for each Assertion-Reason question.

(A) Both assertion and reason are correct, and the reason is the correct explanation of assertion.

(B) Both assertion and reason are correct, but the reason does not explain the assertion.

(C) Assertion is correct, but the reason is incorrect.

(D) Assertion is incorrect, but the reason is correct.

निर्देश :-

1. प्रत्येक प्रश्न में एक कथन(A) और एक कारण (R) दिया गया है।

2. आपको दोनों कथनों का सावधानीपूर्वक विश्लेषण करके सही उत्तर का चयन करना है:

A) A और R दोनों सही हैं, और R, A की सही व्याख्या करता है।

B) A और R दोनों सही हैं, लेकिन R, A की सही व्याख्या नहीं करता।

C) A सही है, लेकिन R गलत है।

D) A गलत है, लेकिन R सही है।

##### **Q1.**

Assertion (A): If A and B are two independent events, then  $P(A|B) = P(A)$ .

Reason (R): The occurrence of one event affects the occurrence of an independent event.

कथन (A): यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $P(A|B) = P(A)$  होगा।

कारण (R): एक घटना का घटित होना, एक स्वतंत्र घटना के होने को प्रभावित करता है।

##### **Q2.**

Assertion (A): If A and B are two independent events, then  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$ .

Reason (R): The probability of the simultaneous occurrence of two dependent events is given by  $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$ .

कथन (A): यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो  $P(A \cap B) = P(A) P(B)$  होगा।

कारण (R): दो आश्रित घटनाओं की एक साथ घटित होने की प्रायिकता  $P(A \cap B) = P(A) P(B|A)$  से दी जाती है।

##### **Q3.**

Assertion (A): If A and B are independent events, then A and B' (complement of B) are also independent.

Reason (R): Independence of events means that the probability of one event does not depend on the occurrence of another event.

कथन (A): यदि A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो A और B' (B का पूरक) भी स्वतंत्र होंगे।

कारण (R): घटनाओं की स्वतंत्रता का अर्थ है कि एक घटना की प्रायिकता दूसरी घटना की उपस्थिति पर निर्भर नहीं करती है।

**Q4.**

Assertion (A): The total probability theorem is applicable when an event can occur in mutually exclusive and exhaustive ways.

Reason (R): If  $B_1, B_2, \dots, B_n$  are mutually exclusive and exhaustive events, then for any event A:  $P(A) = P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + \dots + P(A|B_n) P(B_n)$ .

कथन (A): पूर्ण प्रायिकता प्रमेय लागू होता है जब कोई घटना परस्पर अपवर्जी और निःशेष तरीकों से हो सकती है।

कारण (R): यदि  $B_1, B_2, \dots, B_n$  परस्पर अपवर्जी और निःशेष घटनाएँ हैं, तो किसी भी घटना A के लिए:  $P(A) = P(A|B_1) P(B_1) + P(A|B_2) P(B_2) + \dots + P(A|B_n) P(B_n)$ ।

**Q5.**

Assertion (A): Bayes' theorem allows us to update the probability of a hypothesis based on new evidence.

Reason (R): Bayes' theorem is given by  $P(B_i|A) = (P(A|B_i) P(B_i)) / (\sum P(A|B_j) P(B_j))$ .

कथन (A): बेज प्रमेय हमें किसी परिकल्पना की प्रायिकता को नए साक्ष्य के आधार पर अपडेट करने की अनुमति देता है।

कारण (R): बेज प्रमेय निम्नानुसार दिया गया है:  $P(B_i|A) = (P(A|B_i) P(B_i)) / (\sum P(A|B_j) P(B_j))$ ।

**Q6.**

Assertion (A): A random variable is a function that assigns numerical values to the outcomes of a random experiment.

Reason (R): A random variable can only take integer values.

कथन (A): एक यादृच्छिक चर एक फलन है जो एक यादृच्छिक प्रयोग के परिणामों को संख्यात्मक मान निर्दिष्ट करता है।

कारण (R): एक यादृच्छिक चर केवल पूर्णांक मान ले सकता है।

**Q7.**

Assertion (A): The sum of probabilities of all possible values of a discrete random variable is always 1.

Reason (R): A probability distribution describes how probabilities are distributed over different values of a random variable.

कथन (A): सभी संभावित मानों की प्रायिकताओं का योग एक विविक्त यादृच्छिक चर के लिए हमेशा 1 होता है।

कारण (R): एक प्रायिकता वितरण यह वर्णन करता है कि किसी यादृच्छिक चर के विभिन्न मानों पर प्रायिकताएँ कैसे वितरित होती हैं।

**Q8.**

Assertion (A): The mean of a discrete random variable X is given by  $E(X) = \sum x_i P(x_i)$ .

Reason (R): The mean of a random variable represents the most frequently occurring value in the data.

कथन (A): एक विविक्त यादृच्छिक चर X का माध्य  $E(X) = \sum x_i P(x_i)$  से दिया जाता है।

कारण (R): यादृच्छिक चर का माध्य डेटा में सबसे अधिक बार घटित होने वाले मान को दर्शाता है।

### MCQs

1. A bag contains 5 red and 3 blue balls. Two balls are drawn one by one without replacement. What is the probability that the second ball is blue, given that the first ball drawn was red?

एक बैग में 5 लाल और 3 नीली गेंदें हैं। बिना प्रतिस्थापन के एक-एक करके दो गेंदें निकाली जाती हैं।

यदि पहली निकाली गई गेंद लाल हो, तो दूसरी गेंद नीली होने की प्रायिकता क्या होगी?

- A)  $3/7$
- B)  $5/8$
- C)  $3/8$
- D)  $5/7$

2. If A and B are two independent events such that  $P(A) = 0.4$  and  $P(B) = 0.5$ , what is  $P(A \cap B)$ ?

यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं और  $P(A) = 0.4$  तथा  $P(B) = 0.5$  है, तो  $P(A \cap B)$  का मान क्या होगा?

- A) 0.2
- B) 0.3
- C) 0.4
- D) 0.5

3. If A and B are two independent events, then which of the following is always true?

यदि A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं, तो निम्नलिखित में से कौन-सा हमेशा सत्य होगा?

- A)  $P(A | B) = P(A)$
- B)  $P(B | A) = P(A)$
- C)  $P(A \cap B) = 0$
- D)  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

4. A company has two machines A and B. Machine A produces 60% of the total items, while machine B produces 40%. The probability of a defective item from A is 0.02 and from B is 0.05. What is the probability of selecting a defective item randomly?

एक कंपनी में दो मशीनें A और B हैं। मशीन A कुल उत्पादित वस्तुओं का 60% और मशीन B 40% उत्पादित करती है। मशीन A से दोषपूर्ण वस्तु बनने की प्रायिकता 0.02 और मशीन B से 0.05 है।

यादृच्छिक रूप से चुनी गई वस्तु के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता क्या होगी?

- A) 0.032
- B) 0.042
- C) 0.052
- D) 0.062

5. A test for a disease gives a positive result with 98% probability when a person has the disease and with 5% probability when a person does not have the disease. If the probability of having the disease in a population is 0.1, what is the probability that a randomly selected person who tested positive actually has the disease?

किसी बीमारी के लिए किया गया परीक्षण उस व्यक्ति में बीमारी होने पर 98% और बीमारी न होने पर 5% सकारात्मक परिणाम देता है। यदि किसी आबादी में बीमारी होने की प्रायिकता 0.1 है, तो

यादृच्छिक रूप से चुने गए व्यक्ति के वास्तव में संक्रमित होने की प्रायिकता कितनी होगी यदि उसका परीक्षण सकारात्मक आया हो?

- A) 0.68
- B) 0.45
- C) 0.28
- D) 0.15

6.If  $X$  is a random variable with  $P(X=1) = 0.2$ ,  $P(X=2) = 0.5$ , and  $P(X=3) = 0.3$ , what is  $P(X < 3)$ ?

यदि  $X$  एक यादृच्छिक चर है, जिसके लिए  $P(X=1) = 0.2$ ,  $P(X=2) = 0.5$ , और  $P(X=3) = 0.3$  है, तो  $P(X < 3)$  का मान क्या होगा?

- A) 0.3
- B) 0.5
- C) 0.7
- D) 1.0

7.If a fair die is rolled, what is the expected value of the number that appears on top?  
यदि एक न्याय्य पासा फेंका जाता है, तो शीर्ष पर आने वाली संख्या का अपेक्षित मान क्या होगा?

- A) 2.5
- B) 3.5
- C) 4.5
- D) 5.5

8.If the probability distribution of  $X$  is given as  $P(X=1) = 0.2$ ,  $P(X=2) = 0.3$ ,  $P(X=3) = 0.5$ , then what is  $E(X)$ ?

यदि  $X$  का प्रायिकता वितरण दिया गया है:  $P(X=1) = 0.2$ ,  $P(X=2) = 0.3$ ,  $P(X=3) = 0.5$ , तो  $E(X)$  का मान क्या होगा?

- A) 1.5
- B) 2.3
- C) 2.7
- D) 3.0

### 1 Mark Very Short Answer Questions

1.यदि  $P(A|B) = 0.6$  और  $P(B) = 0.5$  है, तो  $P(A \cap B)$  ज्ञात करें।

If  $P(A|B) = 0.6$  and  $P(B) = 0.5$ , find  $P(A \cap B)$ .

2.यदि दो घटनाएँ  $A$  और  $B$  के लिए  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.5$ , और  $P(A \cap B) = 0.2$  दिया गया है, तो क्या वे स्वतंत्र हैं? सत्यापित करें।

If two events  $A$  and  $B$  have  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.5$ , and  $P(A \cap B) = 0.2$ , verify if they are independent.

3.यदि  $A$  और  $B$  स्वतंत्र घटनाएँ हैं और  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.7$  है, तो  $P(A \cap B)$  ज्ञात करें।

If  $A$  and  $B$  are independent events and  $P(A) = 0.6$ ,  $P(B) = 0.7$ , find  $P(A \cap B)$ .

4.एक बैग में 3 लाल और 2 हरे गेंद हैं। यादृच्छिक रूप से एक गेंद निकाली जाती है और यह लाल पाई जाती है। यदि दो बैग हैं जिनमें विभिन्न रंगों का वितरण है, तो प्रथम बैग से गेंद निकाली जाने की प्रायिकता ज्ञात करें।

A bag contains 3 red and 2 green balls. A ball is drawn randomly and found to be red. What is the probability that it was drawn from the first bag if there are two bags with different color distributions?

5. यदि किसी व्यक्ति का किसी बीमारी के लिए परीक्षण सकारात्मक आता है, लेकिन परीक्षण केवल 95% सटीक है और बीमारी की व्यापकता 0.01 है, तो बेज प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात करें कि उस व्यक्ति को वास्तव में वह बीमारी होने की कितनी प्रायिकता है।

If a person tests positive for a disease, but the test is only 95% accurate and the disease prevalence is 0.01, find the probability that the person actually has the disease using Bayes' Theorem.

6. यदि एक असतत यादृच्छिक चर  $X$  के मान 1, 2, 3 हैं और उनकी प्रायिकताएँ 0.2, 0.5, 0.3 हैं, तो  $P(X \geq 2)$  ज्ञात करें।

If a discrete random variable  $X$  takes values 1, 2, 3 with probabilities 0.2, 0.5, 0.3, respectively, find  $P(X \geq 2)$ .

7. यदि एक न्याय्य पासा फेंका जाता है, तो यादृच्छिक चर  $X$  के प्रायिकता वितरण को परिभाषित करें।  
If a fair die is rolled, define the probability distribution of the random variable  $X$ , where  $X$  represents the number appearing on the die.

8. यदि  $X$  का प्रायिकता वितरण निम्नलिखित है:

$X$ :	1	2	3
$P(X)$ :	0.2	0.3	0.5

तो अपेक्षित मान  $E(X)$  ज्ञात करें।

Find the expected value  $E(X)$  if the probability distribution of  $X$  is given as:

$X$ :	1	2	3
$P(X)$ :	0.2	0.3	0.5

9. एक कंपनी दो प्रकार के उत्पाद बनाती है: A और B। उत्पाद A के दोषपूर्ण होने की प्रायिकता 0.02 और B के लिए 0.05 है। यदि कुल उत्पादों का 70% A और 30% B हैं, तो यादृच्छिक रूप से चुने गए दोषपूर्ण उत्पाद के A होने की प्रायिकता ज्ञात करें।

A company manufactures two types of products: A and B. The probability of a defective product A is 0.02 and for B is 0.05. If 70% of total products are A and 30% are B, find the probability that a randomly chosen defective product is of type A.

### Questions (2 Marks)

1. A factory produces 60% high-quality products and 40% low-quality products. If 5% of high-quality products and 15% of low-quality products are defective, what is the probability that a randomly selected defective product is from the low-quality category?

1. एक कारखाना 60% उच्च गुणवत्ता वाले उत्पाद और 40% निम्न गुणवत्ता वाले उत्पाद बनाता है। यदि उच्च गुणवत्ता वाले उत्पादों में से 5% और निम्न गुणवत्ता वाले उत्पादों में से 15% दोषपूर्ण हैं, तो किसी यादृच्छिक रूप से चुने गए दोषपूर्ण उत्पाद के निम्न गुणवत्ता के होने की प्रायिकता क्या होगी?

2. Events A and B are such that  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.5$ , and  $P(A \cap B) = 0.2$ . Check whether A and B are independent events.

2. दो घटनाएँ A और B इस प्रकार दी गई हैं:  $P(A) = 0.4$ ,  $P(B) = 0.5$ , और  $P(A \cap B) = 0.2$ । जाँच करें कि क्या A और B स्वतंत्र घटनाएँ हैं।

3. A bag contains 4 red and 6 blue balls. Two balls are drawn at random. Find the probability that both balls are of the same color.

एक थैले में 4 लाल और 6 नीले गेंदें हैं। यादृच्छिक रूप से दो गेंदें निकाली जाती हैं। प्रायिकता ज्ञात करें कि दोनों गेंदें एक ही रंग की हों।

4. An insurance company classifies its policyholders into three categories: low risk (30%), medium risk (50%), and high risk (20%). The probability of a claim being made by these categories is 0.02, 0.05, and 0.1, respectively. If a randomly selected claim is analyzed, find the probability that it came from a high-risk policyholder.

एक बीमा कंपनी अपने पॉलिसी धारकों को तीन श्रेणियों में वर्गीकृत करती है: कम जोखिम (30%), मध्यम जोखिम (50%), और उच्च जोखिम (20%)। इन श्रेणियों से दावा किए जाने की प्रायिकता क्रमशः 0.02, 0.05, और 0.1 है। यदि किसी यादृच्छिक रूप से चुने गए दावे का विश्लेषण किया जाए, तो यह उच्च जोखिम वाले पॉलिसी धारक से आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

5. A and B are two independent events with  $P(A) = 0.3$  and  $P(B) = 0.6$ . Find  $P(A \cup B)$ .

A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं जिनके लिए  $P(A) = 0.3$  और  $P(B) = 0.6$  है।  $P(A \cup B)$  ज्ञात करें।

6. A biased die is such that the probability of getting a six is twice that of any other number. Find the probability of getting a six.

एक अभिनत पासे में छह आने की प्रायिकता किसी अन्य संख्या की तुलना में दोगुनी है। छह आने की प्रायिकता ज्ञात करें।

7. If  $X$  is a random variable with probability distribution  $P(X = x) = kx$  for  $x = 1, 2, 3, 4$ , find the value of  $k$ .

यदि  $X$  एक यादृच्छिक चर है जिसका प्रायिकता वितरण  $P(X = x) = kx$  है जहाँ  $x = 1, 2, 3, 4$  है, तो  $k$  का मान ज्ञात करें।

8. The probability distribution of a random variable  $X$  is given as

$X$ :	0	1	2	3
$P(X)$ :	0.1	0.3	0.4	0.2

Find the mean of  $X$ .

एक यादृच्छिक चर  $X$  का प्रायिकता वितरण निम्नानुसार दिया गया है:

$X$ :	0	1	2	3
$P(X)$ :	0.1	0.3	0.4	0.2

$X$  का माध्य ज्ञात करें।

9. A fair coin is tossed 3 times. Let  $X$  be the number of heads obtained. Find the probability distribution of  $X$ .

एक न्याय्य सिक्का 3 बार उछाला जाता है।  $X$  वह संख्या है जो हेड्स की प्राप्त होती है।  $X$  का प्रायिकता वितरण ज्ञात करें।

## 4 Marks Questions

1. A doctor knows that a particular disease affects 1 in 1000 people. A test for the disease is 99% accurate for infected individuals and 98% accurate for non-infected individuals. If a randomly selected person tests positive, what is the probability that the person actually has the disease?

एक डॉक्टर जानता है कि एक विशेष बीमारी 1000 में से 1 व्यक्ति को प्रभावित करती है। इस बीमारी के लिए एक परीक्षण संक्रमित व्यक्तियों के लिए 99% सटीक और गैर-संक्रमित व्यक्तियों के लिए 98% सटीक है। यदि एक यादृच्छिक रूप से चयनित व्यक्ति का परीक्षण सकारात्मक आता है, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि वास्तव में उसे यह बीमारी है?

2. A bag contains 5 red and 3 green balls. Two balls are drawn one after another without replacement. What is the probability that the second ball drawn is red given that the first ball drawn was also red?

एक बैग में 5 लाल और 3 हरे गेंद हैं। बिना प्रतिस्थापन के एक के बाद एक दो गेंदें निकाली जाती हैं। यदि पहली निकाली गई गेंद लाल हो, तो इस बात की प्रायिकता क्या है कि दूसरी निकाली गई गेंद भी लाल होगी?

3. Suppose the probability that it rains on any given day is 0.4. If it rains, the probability of a person carrying an umbrella is 0.9, and if it does not rain, the probability of carrying an umbrella is 0.2. Find the probability that a randomly selected person carrying an umbrella on a particular day is actually experiencing a rainy day.

मान लीजिए कि किसी दिन वर्षा होने की प्रायिकता 0.4 है। यदि वर्षा होती है, तो किसी व्यक्ति के छाता ले जाने की प्रायिकता 0.9 है, और यदि वर्षा नहीं होती है, तो छाता ले जाने की प्रायिकता 0.2 है। इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि किसी विशेष दिन एक यादृच्छिक रूप से चयनित व्यक्ति जो छाता लेकर चल रहा है, वास्तव में वर्षा का सामना कर रहा है।

4. A factory has two machines, A and B, which produce 60% and 40% of the total production, respectively. If 2% of the items produced by machine A are defective and 5% of the items produced by machine B are defective, find the probability that a randomly selected defective item was produced by machine B.

एक कारखाने में दो मशीनें A और B हैं, जो क्रमशः कुल उत्पादन का 60% और 40% उत्पन्न करती हैं। यदि मशीन A द्वारा निर्मित वस्तुओं में से 2% दोषपूर्ण हैं और मशीन B द्वारा निर्मित वस्तुओं में से 5% दोषपूर्ण हैं, तो इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि एक यादृच्छिक रूप से चयनित दोषपूर्ण वस्तु मशीन B द्वारा बनाई गई थी।

5. A and B are two independent events. If  $P(A) = 0.5$  and  $P(B) = 0.3$ , find  $P(A \cap B)$  and  $P(A \cup B)$ .

A और B दो स्वतंत्र घटनाएँ हैं। यदि  $P(A) = 0.5$  और  $P(B) = 0.3$  है, तो  $P(A \cap B)$  और  $P(A \cup B)$  की गणना करें।

6. Let X be a random variable with the probability distribution given by the following table:

X	1	2	3	4
P(X)	0.1	0.3	0.4	0.2

7. Find the mean (expected value) of X.

मान लीजिए कि X एक यादृच्छिक चर है, जिसका प्रायिकता वितरण निम्नलिखित तालिका में दिया गया है:

X	1	2	3	4
P(X)	0.1	0.3	0.4	0.2

X का माध्य (अपेक्षित मान) ज्ञात कीजिए।

A die is tossed twice. Let X denote the number of times 3 appears. Find the probability distribution of X.

8. एक पासा दो बार उछाला जाता है। मान लीजिए कि X उस संख्या को दर्शाता है जब 3 अंक आता है। X का प्रायिकता वितरण ज्ञात करें।

9. The probability of hitting a target by a shooter is 0.8. If he fires three times, find the probability that he hits the target at least twice.

एक निशानेबाज द्वारा लक्ष्य को मारने की प्रायिकता 0.8 है। यदि वह तीन बार गोली चलाता है, तो इस बात की प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि वह कम से कम दो बार लक्ष्य को मारे।

10. A company manufactures light bulbs, and their lifetime (in years) is modeled as a random variable X with the following probability distribution:

X	1	2	3	4	5
P(X)	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

11. Find the expected lifetime of a randomly chosen bulb.

एक कंपनी लाइट बल्ब बनाती है, और उनकी आयु (वर्षों में) एक यादृच्छिक चर X के रूप में दी जाती है, जिसका प्रायिकता वितरण निम्नलिखित है:

X	1	2	3	4	5
P(X)	0.1	0.2	0.3	0.3	0.1

यादृच्छिक रूप से चुने गए बल्ब की अपेक्षित आयु ज्ञात कीजिए।

### 5 Marks Questions

Q1. In a school, 60% of students participate in sports, and 40% participate in cultural activities. If 30% of students participate in both sports and cultural activities, a student is randomly selected. Find the probability that the student participates in sports given that they are involved in cultural activities. Also, explain the significance of conditional probability in real-life decision-making.

एक स्कूल में 60% छात्र खेलों में भाग लेते हैं और 40% छात्र सांस्कृतिक गतिविधियों में भाग लेते हैं। यदि 30% छात्र दोनों गतिविधियों में भाग लेते हैं, तो यादृच्छिक रूप से चुने गए छात्र के खेलों में भाग लेने की सशर्त प्रायिकता ज्ञात करें, यदि यह ज्ञात हो कि वह सांस्कृतिक गतिविधियों में भाग लेता है। साथ ही, वास्तविक जीवन में सशर्त प्रायिकता के महत्व की व्याख्या करें।

Q2. A factory has two machines, A and B. The probability that machine A works on a given day is 0.8, and for machine B, it is 0.9. If both machines work independently, find the probability that on a particular day:



- (a) Both machines are working.
- (b) At least one machine is working.
- (c) None of the machines is working.

एक फैक्ट्री में दो मशीनें, A और B हैं। किसी भी दिन मशीन A के काम करने की प्रायिकता 0.8 है और मशीन B के काम करने की प्रायिकता 0.9 है। यदि दोनों मशीनें स्वतंत्र रूप से काम करती हैं, तो निम्नलिखित की प्रायिकता ज्ञात करें:

- (a) दोनों मशीनें काम कर रही हैं।
- (b) कम से कम एक मशीन काम कर रही है।
- (c) कोई भी मशीन काम नहीं कर रही है।

Q3. Suppose a bag contains 6 red and 4 blue balls. Two balls are drawn randomly one after the other without replacement. Find the probability that the second ball drawn is red, given that the first ball drawn was blue.

मान लें कि एक थैले में 6 लाल और 4 नीली गेंदें हैं। बिना प्रतिस्थापन के एक के बाद एक दो गेंदें यादृच्छिक रूप से निकाली जाती हैं। यदि पहली निकाली गई गेंद नीली हो, तो दूसरी गेंद के लाल होने की प्रायिकता ज्ञात करें।

Q4. A software company recruits engineers from two colleges, X and Y. The probability that a randomly selected recruit is from college X is 0.7, and the probability that a recruit from X is skilled in Python is 0.8, while from Y, it is 0.6. If a recruit is selected at random and found to be skilled in Python, find the probability that the recruit is from college X using Bayes' Theorem.

एक सॉफ्टवेयर कंपनी दो कॉलेजों, X और Y से इंजीनियरों की भर्ती करती है। यादृच्छिक रूप से चयनित भर्ती का X कॉलेज से होने की प्रायिकता 0.7 है, और यदि भर्ती X से हो तो उसके Python में कुशल होने की प्रायिकता 0.8 है, जबकि Y से होने की प्रायिकता 0.6 है। यदि कोई भर्ती यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है और पाया जाता है कि वह Python में कुशल है, तो बेज प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात करें कि भर्ती X कॉलेज से है।

Q5. A fair die is rolled twice. Let X denote the number of times a 3 appears. Construct the probability distribution of X and find its mean.

एक न्याय्य पासा दो बार फेंका जाता है। X को 3 आने की संख्या के रूप में परिभाषित करें। X का प्रायिकता वितरण तैयार करें और इसका माध्य ज्ञात करें।

Q6. A company manufactures bulbs, and 5% of them are defective. A quality control manager picks a bulb randomly. If the bulb is defective, he performs a second test to confirm the defect, which has an accuracy of 95%. Using the total probability theorem, find the probability that a randomly picked bulb is declared defective.

एक कंपनी बल्ब बनाती है, जिनमें से 5% दोषपूर्ण होते हैं। एक गुणवत्ता नियंत्रण प्रबंधक यादृच्छिक रूप से एक बल्ब चुनता है। यदि बल्ब दोषपूर्ण पाया जाता है, तो वह दोष की पुष्टि करने के लिए एक दूसरा परीक्षण करता है, जिसकी सटीकता 95% है। कुल प्रायिकता प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात करें कि यादृच्छिक रूप से चुना गया बल्ब दोषपूर्ण घोषित किया जाएगा।

Q7. A student takes a test consisting of two questions. The probability that the student solves the first question is 0.7 and the probability that he solves the second question given that he solved the first one is 0.9. Find the probability that the student solves both questions.

एक छात्र दो प्रश्नों वाली परीक्षा देता है। पहले प्रश्न को हल करने की प्रायिकता 0.7 है और यदि उसने पहला प्रश्न हल कर लिया तो दूसरे को हल करने की प्रायिकता 0.9 है। ज्ञात करें कि छात्र दोनों प्रश्नों को हल करेगा।

Q8. Consider a random variable  $X$  representing the number of heads obtained when a fair coin is tossed three times. Construct the probability distribution table and compute the expected value (mean) of  $X$ .

यादच्छिक चर  $X$  को परिभाषित करें जो यह दर्शाता है कि एक न्याय्य सिक्का तीन बार उछाला जाता है और प्राप्त हेड्स की संख्या को दर्शाता है।  $X$  के लिए प्रायिकता वितरण तालिका तैयार करें और  $X$  का अपेक्षित मान (माध्य) ज्ञात करें।

Q9. A person has two bags. Bag I contains 4 white and 3 black balls, while Bag II contains 5 white and 4 black balls. One bag is chosen randomly, and a ball is drawn from it. Find the probability that the ball drawn is white using the Law of Total Probability. एक व्यक्ति के पास दो बैग हैं। बैग I में 4 सफेद और 3 काले गेंदें हैं, जबकि बैग II में 5 सफेद और 4 काले गेंदें हैं। एक बैग को यादच्छिक रूप से चुना जाता है और उससे एक गेंद निकाली जाती है। कुल प्रायिकता के नियम का उपयोग करके ज्ञात करें कि निकाली गई गेंद सफेद है।

Q10. Suppose a student is preparing for an exam and studies either 2 hours or 4 hours a day with equal probability. If he studies 2 hours, the probability of passing is 0.6, and if he studies 4 hours, the probability of passing is 0.9. Using Bayes' theorem, determine the probability that the student studied 4 hours given that he passed the exam.

मान लें कि एक छात्र परीक्षा की तैयारी कर रहा है और वह प्रतिदिन 2 घंटे या 4 घंटे समान प्रायिकता के साथ अध्ययन करता है। यदि वह 2 घंटे अध्ययन करता है, तो पास होने की प्रायिकता 0.6 है, और यदि वह 4 घंटे अध्ययन करता है, तो पास होने की प्रायिकता 0.9 है। बेज प्रमेय का उपयोग करके ज्ञात करें कि छात्र ने 4 घंटे अध्ययन किया होगा यदि वह परीक्षा में पास हो गया।

### Case Study 1:

A hospital uses a diagnostic test for detecting a particular disease. From past records, it is known that 2% of the patients tested have the disease. The test correctly identifies a diseased patient 98% of the time and correctly identifies a non-diseased patient 95% of the time. A patient is randomly tested, and the test result is positive.

अस्पताल एक विशेष बीमारी का पता लगाने के लिए एक नैदानिक परीक्षण का उपयोग करता है। पिछले रिकॉर्ड के अनुसार, यह ज्ञात है कि परीक्षण किए गए 2% रोगियों को यह बीमारी होती है। परीक्षण सही रोगी को 98% समय पर पहचानता है और गैर-रोगी को 95% समय पर सही पहचानता है। एक मरीज का यादच्छिक परीक्षण किया जाता है और परीक्षण परिणाम सकारात्मक आता है।

### Questions

1. What is the probability that the randomly chosen patient actually has the disease given that the test result is positive? (Use Bayes' Theorem)

दिए गए सकारात्मक परीक्षण परिणाम के आधार पर, यह प्रायिकता कितनी है कि रोगी वास्तव में रोगग्रस्त है? (बेज) प्रमेय का उपयोग करें) [2 Marks]

2. What is the probability that a patient does not have the disease but the test still shows positive?

एक मरीज को बीमारी नहीं है, फिर भी परीक्षण सकारात्मक दिखाने की प्रायिकता क्या है? [1 Mark]

3. What is the probability that a randomly selected patient has the disease?

यादृच्छिक रूप से चुने गए मरीज को बीमारी होने की प्रायिकता कितनी है? [1 Mark]

4. What is the probability that a non-diseased person is correctly identified by the test?

इस बात की क्या प्रायिकता है कि एक रोग-मुक्त व्यक्ति को परीक्षण द्वारा सही पहचाना जाए? [1 Mark]

---

### Case Study 2:

A fair coin is tossed three times, and the number of heads obtained is recorded as a random variable  $X$ . The probability distribution of  $X$  is as follows:

$X$ (No. of Heads)	0	1	2	3
$P(X = x)$	$1/8$	$3/8$	$3/8$	$1/8$

#### Questions

1. Find the mean (expected value) of the random variable  $X$ .

यादृच्छिक चर  $X$  का माध्य (अपेक्षित मान) ज्ञात करें। [2 Marks]

2. What is the probability of getting at least two heads?

कम से कम दो हेड आने की प्रायिकता कितनी है? [1 Mark]

3. What is the probability that  $X$  takes an even value?

यह प्रायिकता क्या है कि  $X$  एक सम संख्या ग्रहण करता है? [1 Mark]

4. What is the probability that the number of heads obtained is **at least 2** when a fair coin is tossed three times?

जब एक उचित सिक्का तीन बार उछाला जाता है, तो कम से कम 2 बार हेड आने की क्या प्रायिकता है?

[1 Mark]

---

### Case Study 3:

A factory produces items from two machines, Machine A and Machine B. Machine A produces 60% of the items and Machine B produces 40% of the items. From past data, it is known that Machine A produces 3% defective items, while Machine B produces 5% defective items. A randomly selected item is found to be defective.

एक कारखाना दो मशीनों, मशीन A और मशीन B से वस्तुएं बनाता है। मशीन A 60% वस्तुएं और मशीन B 40% वस्तुएं बनाती है। पिछले आंकड़ों के अनुसार, मशीन A 3% दोषपूर्ण वस्तुएं और मशीन B 5% दोषपूर्ण वस्तुएं बनाती है। एक यादृच्छिक रूप से चयनित वस्तु दोषपूर्ण पाई जाती है।

#### Questions

1. What is the probability that a randomly selected item is defective? (Use the theorem of total probability)

यह प्रायिकता कितनी है कि यादृच्छिक रूप से चयनित वस्तु दोषपूर्ण होगी? (पूर्ण प्रायिकता प्रमेय का उपयोग करें) [2 Marks]

2.If an item is found to be defective, what is the probability that it was produced by Machine A? (Use Bayes' Theorem)

यदि कोई वस्तु दोषपूर्ण पाई जाती है, तो उसके मशीन A द्वारा बनाई जाने की प्रायिकता कितनी है? (बेस प्रमेय का उपयोग करें) [1 Mark]

3.If an item is randomly selected, what is the probability that it was produced by Machine B?

यदि कोई वस्तु यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है, तो उसके मशीन B द्वारा बनाए जाने की प्रायिकता कितनी है? [1 Mark]

4.What is the probability that an item produced by Machine B is non-defective?

मशीन B द्वारा बनाई गई वस्तु दोष रहित होने की प्रायिकता कितनी है? [1 Mark]