

## **MATHSTICKS**

March 2023 Issue 7

Monthly newsletter dedicated to Primary and Elementary Teachers
Mathematics Education Department, SCERT, HARYANA

## इस Newsletter की खास विशेषताएं हैं-

\* रिसर्च से सीख (Learnings from the Research) आपकी गणित अधिगम संबंधी समझ को गहरा करने के लिए , प्रत्येक अंश में , रिसर्च के नये - नये पहलू

\* कक्षा - कक्ष में करने के लिए

प्रत्येक अंश में आपकी गणित अधिगम प्रक्रिया को बेहतर करने के लिए रिसर्च पर आधारित कुछ सुझाव

\* Take the Challenge ( चुनौती )

चुनौतीपूर्ण कार्य / समस्या / puzzle जिसे किसी भी स्तर के शिक्षक या विद्यार्थी कर सकते हैं। इसके हल करने की प्रक्रिया आप हमसे mathsedu.scert@gmail.com पर साझा कर सकते हैं। \* Learnings from the Classroom Experience

(कक्षा- कक्ष के अनुभव)

<u>आप अपने सुझाव, टिप्पणी, अनुभव हमें इस लिंक</u> https://forms.gle/Xdq7zP4UYz2kFBgV7<u>या</u> <u>mathsedu.scert@gmail.com पर साझा कर सकते हैं।</u>

### In this Issue-

- \* Growth Mindset प्रोत्साहित करने के लिए शिक्षक
  - विद्यार्थियों को किस प्रकार से फीडबैक दें?
- \* चुनौती सभी स्तर के शिक्षक और विद्यार्थियों के लिए
- \* टेनग्राम पज़ल सभी स्तर के शिक्षक और विद्यार्थियों के लिए
- \* कक्षा- कक्ष के अनुभव एक गणितीय संवाद (भाग 2)
- \* रिसर्च पर आधारित गुणा के तथ्यों बारे भाग ५

Reminder !- Promote local Puzzles, Problems and Riddles हर सप्ताह कम से कम एक पज़ल / चुनौती अपने स्कूल के नोटिस बोर्ड/ Puzzle corner पर अवश्य लगाएं। बच्चों को इन्हें करने के लिए प्रेरित करें। उन्हें स्वयं से जूझने दें। हल बता कर उनकी brain growth को ना रोकें।

Director, SCERT Dr. Kiran Mayee

Joint Director Ms. Sunita Pawar

Dy. Director Mr. Sunil Bajaj

Ideating team

Mr. Sunil Bajaj Dr. Jasneet Kaur

SCERT, Haryana, Gurugram

Designing and
Language
Dr. Jasneet Kaur
&
Ms. Harpreet Kaur
ESHM, GSSS Saran,
Yamuna Nagar

आप या आपके विद्यार्थी जब इन टास्क पर काम करें तो इन्हें अपने ब्लॉक के BRP / ABRC/ DIET Mentor से अवश्य साझा करें।

यहां सही उत्तर मायने नहीं रखता । मायने रखता है कि आपने कैसे किया , आपकी समस्या समाधान की यात्रा कैसी थी , क्या स्ट्रेटेजीज़ उपयोग

की २









## Mindset Works!!

Growth Mindset Messages on Teacher Feedback # part 3

जब बच्चे ग्रोथ माइंडसेट के साथ काम करना शुरू कर देते हैं तो फिर बड़ी खुशी के साथ , जोश के साथ हर समस्या को हल करने की कोशिश करते हैं। उस समय उनके जोश को बनाए रखने के लिए शिक्षक उनसे क्या कह सकता है -

पहले की तुलना में अब तुम्हारे काम में काफी सुधार है। तुमने संच में काफी मेहनत की है। शाबाश ! तुम काफी समय से इस समस्या पर काम कर रहे हो और तुमने उसे छोड़ा नहीं है । मैं भी इस समस्या में काफी समय तक जूझती रही/रहा।

मैंने देखा कि इस समस्या को हल करने के लिए तुम अपने तरीकों का उपयोग कर रहे हो। बहुत अच्छे!!

बहुत बढ़िया ! तुम्हारे इस प्रोजेक्ट / कार्य में तुम्हारी कड़ी मेहनत साफ दिख रही है ।



अरे ! यह तो बड़ी मुश्किल समस्या थी जिस पर तुम काफी समय से मेहनत कर रहे हो । तुम इसे किन तरीकों से कर रहे हो ? मुझे भी बताओं।



यहाँ ध्यान देने योग्य बात है कि शिक्षक द्वारा दिए गए फीडबैक मे बच्चे द्वारा की गई मेहनत पर ध्यान दिलाया गया है न कि उस बच्चे की ability पर , जो कि आमतौर पर देखा जाता है । उदहारण के लिए शिक्षक का यह कहना - शाबाश ! तुम तो बहुत intelligent हो । तुमने बहुत अच्छा कार्य किया है ! इस फीडबैक से बच्चों का ध्यान इस तरफ चला जाता है कि बच्चे का प्रदर्शन बच्चे की ability (दिमागी क़ाबलियत ) पर निर्भर है ना कि उसकी मेहनत पर । इस लिए शिक्षक द्वारा दिए गए फीडबैक जो कि बच्चों द्वारा की गई मेहनत और संघर्ष पर आधारित हों ( जैसे सन्देश (फीडबैक) ऊपर दिए गए हैं ), बहुत महत्वपूर्ण होते है ।

अगले अंक में हम बात करेंगे कि जब बच्चे अपनी मेहनत से काम को पूरा कर लेंगे तो शिक्षक उन्हें क्या संदेश दे सकता है ?



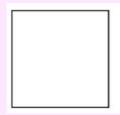
## Tangram Puzzle

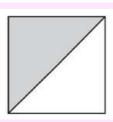


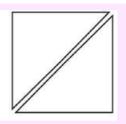
एक Tangram Puzzle सेट में सात टुकड़े होते हैं जो एक वर्ग से प्राप्त होते हैं। Tangram पहेलियाँ सबसे पहले चीन में हज़ारों साल पहले विकसित की गई थीं। ज्यामितीय संबंधों की अवधारणाओं को विकसित करने के लिए टेनग्राम पजल एक उत्कृष्ट संसाधन है।

### टेनग्राम पज़ल बनाने के लिए

एक वर्गाकार कागज लीजिए। क्या तुम इस वर्गाकार कागज को दो बराबर माप के बड़े से बड़े त्रिभुजाकार भागों में बाँट सकते हो ?







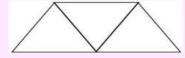
क्या अब इनमें से एक त्रिभुजाकार भाग को फिर से बराबर माप के दो त्रिभुजाकार भागों में बाँट सकते हो ?



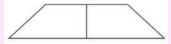




अब दूसरे त्रिभुजाकार भाग में से (चित्र अनुसार फोल्ड करके) त्रिभुजाकार भाग को काटकर अलग कर लीजिए।



अब एक समलम्ब के आकार की आकृति बचेगी। क्या इसे दो बराबर भागों में बाँट सकते हो ?







अब एक कटे हुए भाग को एक त्रिभुजाकार और एक वर्गाकार में बांटे।



दूसरे भाग में से त्रिभुजाकार और समांतर चतुर्भुजाकार बनाना हैं।













टैनग्राम के टुकड़ों को सैकड़ों अलग-अलग आकार बनाने के लिए व्यवस्थित किया जा सकता है।



Tangram link टेनग्राम टुकडो से विभिन्न आकृतियाँ

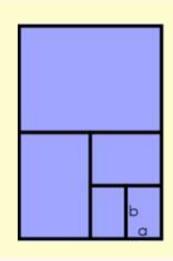
टेनग्राम के सात टुकड़ों (Tangram Pieces) का प्रयोग कर के ये आकृतियां try करो । ध्यान रहे -कोई भी टुकड़ा एक के ऊपर एक ना आए और कोई टुकड़ा

छूट ना जाए।



## Take The Challenge - चुनौती

गौरव ने एक आयताकार शीट ली और उसे दो बराबर भागों में काटा। उन दो टुकड़ों में से एक भाग लेकर, फिर से दो बराबर भागों में काटा और एक बार फिर ऐसा ही किया। इस प्रकार उसे 5 टुकड़े मिले (जैसा कि चित्र में दिखाया गया है)। प्राप्त हुए सबसे छोटे आयत की लम्बाई तथा चौडाई को उसने a और b लिखा।



गौरव ने सबसे बड़े आयत व सबसे छोटे आयत से यह आकृति बनाई-



इस आकृति के परिमाप को उसने 10a+4b से व्यक्त किया।

क्या उसने आकृति का परिमाप सही बीजीय व्यंजक से व्यक्त किया है ? आपने कैसे पता लगाया ?

अलीशा ने सबसे बड़े और सबसे छोटे आयत को एक अलग तरीके से संयोजित किया। उसकी आकृति का परिमाप 8a+6b था। क्या आप पता लगा सकते हैं कि उसने ऐसा कैसे किया होगा? हाँ, गौरव और अलीशा ने इस बात का ध्यान रखा है कि उनके आयत

हां , गौरव और अलीशा ने इस बात का ध्यान रखा है कि उनके आयत हमेशा एक किनारे पर मिले, जिसके कोने स्पर्श करते हों ।

क्या आप सबसे बड़े और सबसे छोटे आयत को किसी और प्रकार से जोड़ सकते हैं ताकि परिमाप कुछ और आए ?

कोई दो या दो से अधिक आयत मिलाकर कुछ अन्य आकृतियाँ बनाएं। ध्यान रहे कि वे किनारे से किनारे और कोने से कोने तक मिलती हों। आप जो आकृतियाँ बना रहें हैं उनके क्षेत्रफल और परिमाप के बारे में आप क्या कह सकते हैं?

यदि आपको केवल क्षेत्रफल और परिमाप पता हो तो क्या आप उस माप की आकृति बना पायेंगे ? try कीजिये।

#### यह समस्या क्यों ?

यह समस्या विद्यार्थियों को एक नये तरीके से बीजगणितीय व्यंजकों के साथ कार्य करने का भरपूर मौका देती है। समस्या में दिए गए चुनौतीपूर्ण प्रश्न, बच्चों को गहराई में सोचने के लिए प्रेरित करेंगे और साथ ही परिमाप व क्षेत्रफल सम्बन्धी अवधारणाओं की समझ विकसित करने के मौके मिलेंगे। विद्यार्थी विभिन्न अवधारणाओं में connection भी देख पायेंगे।

#### प्रस्तावित(suggested) तरीका

बच्चों को शीट बांटे या एक दिन पहले घर से लाने के लिए कहें। समस्या का परिचय दें। बच्चों को पाँच आयत काटने का समय दें।

गौरव द्वारा बनाई गई आकृति दिखाएं और चर्चा करें।

बच्चों की मदद से सबसे छोटे आयत के क्षेत्रफल को v नामित किया जा सकता है और अन्य क्षेत्रों को व्यक्त करने के लिए एक इकाई के रूप में उपयोग किया जा सकता है।

बच्चों से चर्चा करें कि गौरव द्वारा बने गई आकृति का क्षेत्रफल क्या होगा ? अब उन्हें अन्य आकृतियाँ बनाने को कहें (किनारे से किनारे, कोने से कोने तक)। वे कितने भिन्न परिमाप जात कर सकते हैं ?

मुख्य प्रश्न

सबसे बड़े और सबसे छोटे आयत को मिलाने पर परिमाप के कितने बीजीय व्यंजक बन रहे हैं ?

कैसे पता लगायें कि बीजीय व्यंजक क्षेत्रफल का है या परिमाप का ?

क्या एक दिए हुए क्षेत्रफल / परिमाप के माप की आकृतियों के अनेक तरीके हो सकते हैं ? इस समस्या से सम्बंधित कोई प्रश्न

बनाइए।

source: nrich.maths.org



# पहाड़ों के पहाड़-भाग 5

Fluency with Numbers Using Flexibility

## क्या करें और क्या न करें ?

कुछ तरीके जिन्हें शिक्षक आमतौर पर तथ्यों को याद करवाने के लिए काम में लाते हैं, हो सकता है अच्छे इरादों के साथ बनाये गये हों, लेकिन वास्तव में वे विद्यार्थी के सीखने-समझने के खिलाफ काम करते हैं। इससे सम्बंधित कुछ सुझाव दिए जा रहे हैं -

पहाड़ों के लम्बे - लम्बे टेस्ट लेना - इस से बच्चों में अतिरिक दबाव बनता है और वे अपनी रीजिनंग स्ट्रेटेजीज का प्रयोग छोड़ने लगते है। वैसे भी जिन बच्चों को गुणा के तथ्य सीखने में परेशानी हो रही होती है, इस प्रकार का मूल्यांकन उनकी कोई मदद नहीं करता। बजाय इसके, बच्चों को अपने आप को सेल्फ मॉनिटर करने को प्रोत्साहित करें अर्थात स्वयं अपनी पड़ताल करना कि अपनी कौन सी रीजिनंग स्ट्रेटेजी पर काम करने की आवश्यकता है और फिर स्वयं सुधार करना।

बच्चों की पहाड़ों में मास्टरी की एक दूसरे से तुलना करना - इस प्रकार की तुलना से बच्चों में आत्मविश्वास की कमी आ जाती है , नकारात्मक भाव उत्पन्न होने लगते है । इसके बजाय बच्चे अपना ट्रैक स्वयं रख सकते हैं कि उन्हें किसी तथ्य को रीजिनंग द्वारा रिकॉल करने में कितना समय लगा ? वे हर दो दिन बाद चेक कर सकते हैं कि पिछली बार की तुलना में क्या अब अधिक सटीक हैं ?

**0 से 9 के क्रम में तथ्यों में आगे न बढ़ें -** बेहतर होगा यदि जिन तथ्यों का प्रयोग रणनीतियों ( रीजनिंग स्ट्रेटेजीज ) में होता है , उन्हें आधार बनाया जाए जैसे कि 2 व 3 के गुणा तथ्यों के बाद , 5 , 9 और 10 के गुणा तथ्यों पर कार्य किया जाए l 4, 6,7, 8 के गुणा तथ्य इसके बाद किये जा सकते हैं l 7 का तथ्य 5 और 2 के तथ्य से मिलकर बनाना , एक बेहतर तरीका है l

बहुत जल्दी याद करने की ओर न बढ़ें - यह बात दोहराने लायक है कि जब बच्चों के पास तथ्यों का मज़बूत संग्रह हो जाता हैं तो वे आसानी से रीजिनंग स्ट्रेटेजीज का प्रयोग करते हुए गुणा के तथ्य बताना शुरू कर देतें हैं। इसके बाद ही स्मरण व प्रवाह पर ध्यान देना उचित है और इसे भी अलग-अलग खेलों द्वारा विकसित किया जा सा सकता है।

#### बुनियादी तथ्यों पर मास्टरी न होना , गणित की समझ में बाधा नहीं है ।

हमारे लिए यह समझना अति आवश्यक है कि गणित केवल गणना (कम्प्यूटेशन) के बारे में नहीं है। गणित तर्क और पैटर्न की खोज के बारे में है। गणित समस्या-समाधान के बारे में है। कोई कारण नहीं है कि एक बच्चा जिसने सभी बुनियादी तथ्यों पर अभी तक महारत हासिल नहीं की है, उसे गणितीय अनुभव से बाहर रखा जाए।

×	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	0	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	0	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	0	9	18	27	36	45	54	63	72	81

गुणा जोड़ी

बच्चों को तीन- तीन के समूह में विभाजित करें और प्रत्येक समूह को ताश के पत्तों का एक सेट या 1 से 10 तक के नंबर कार्ड के 2 सेट दें (बच्चे नंबर कार्ड खुद से भी बना सकते हैं) । दो बच्चे बिना देखे एक कार्ड निकालेंगे और उसे अपने माथे पर रख देंगे । समूह का तीसरा साथी छात्र जिसके पास कार्ड नहीं है, वह संख्या, अन्य दो साथियों द्वारा उठाये कार्ड देख कर उसका गुणनफल बताएगा । अब गुणनफल सुन कर कार्ड वाले साथी जिन्होंने कार्ड देखे नहीं है सिर्फ उठा कर अपने माथे पर रख लिए थे, बताएँगे कि उन्होंने कौन सा कार्ड उठाया था। जो साथी सही उत्तर पहले देगा वह जीतेगा।

आशा करते हैं कि पहाड़ों से संबधित इन ५ भागों से आपकी समझ विकसित हुई होगी और आप इन्हें अपनी कक्षा में लागू करने का भरसक प्रयत्न करेंगे।

#### खेल और गतिविधियाँ

खेल और गतिविधियाँ तथ्यों को विभिन्न स्ट्रेटेजीज का प्रयोग करते हुए प्रवाह बनाने व तथ्यों के स्मरण में सहायक होती हैं। इसके अलावा खेल बच्चों में भागीदारी बढ़ाने, आपस में चर्चा करने एवं गणितीय संवाद को बढ़ावा देने की भूमिका भी निभाते हैं। इससे बच्चों को अपनी गलती को

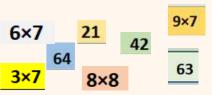
इससे बच्चों को अपनी गलती को खुद से जांचने का मौका मिलता है। जो बच्चे अपने - आप को स्वयं जांच रहे होते है, वे खुद से ही गेम्स, गतिविधियाँ बना सकते हैं।

#### **Multiplication Jumps**

एक कागज पर गुणा तालिका (Table of Multiplication facts ) बना लें और दो खिलाड़ियों को पासे फेंकने के लिए दो डाइस दें। खिलाड़ी दो नंबरों को एक साथ गुणा करता है और तालिका पर उत्तर को एक काउंटर (कंकर/ एक रंग की गोटी/बीज/ राजमा के दाने ) से ढक देता है। इसी प्रकार दूसरा खिलाड़ी भी अपने काउंटर से तालिका पर उत्तर को ढकता है। जिसके ज्यादा नंबर ढके होंगें , वह जीतेगा।

#### **Multiplication Puzzle**

अलग-अलग कागज़ों पर गुणा के तथ्यों से multiplication पज़ल बनाएं। समस्याएं और उनके उत्तरों को आधे-आधे काटें और उन्हें मिला लें। बच्चों से कहें कि उन्हें सही उत्तर के साथ सही समस्या को मिलाना है ताकि पहेली पूरी हो सके।



## Learnings from the Class – room Experiences कक्षा – कक्ष के अनुभव

एक गणितीय संवाद - भाग 2

पिछले अंक में तीसरी कक्षा के कक्षा-कक्ष में हो रही बच्चों व शिक्षक की बातचीत के कुछ अंश आपसे साँझा किये गए थे जिसमें रोहित 6 को एक सम व विषम संख्या दोनों कह रहा था। कक्षा में हुई चर्चा के बाद शिक्षक को भी लगने लगा था कि जैसा उसे लगा था कि रोहित को सम संख्या की अवधारणा समझ नही आई है तो ऐसा नही था; यद्यपि मामला इससे कहीं अधिक जटिल था। चिलए देखतें है, आगे क्या हुआ?

अध्यापक: शायद हमें बात करने की जरूरत है। विषम की परिभाषा क्या है ?

इससे पहले उनके पास केवल सम संख्याओं की स्पष्ट परिभाषा थी। शिक्षक ने मान लिया था कि यह पर्याप्त था, लेकिन जाहिर तौर पर ऐसा नहीं था। कक्षा विषम संख्याओं की परिभाषा पर चर्चा करने के लिए तैयार हुई और इस बात पर सहमत हुई कि विषम संख्याएँ ऐसी संख्याएँ हैं जिन्हें आप निष्पक्ष रूप से दो समूहों में विभाजित नहीं कर सकते। लेकिन इससे रोहित फिर भी संतुष्ट नहीं हुआ। वह उस अवलोकन के साथ कायम रहा जो उसने छह के बारे में बनाया था।

अध्यापक: अब मैं उलझन में हूँ। तुम्हारा मतलब है कि तुम छह को बराबर विभाजित कर सकते हो और तुम छह को बराबर विभाजित नहीं भी कर सकते हो यानि कि यदि तुम्हारे पास छह कुकीज़ होंऔर तुम इसे आधे में विभाजित नहीं करना चाहते तो प्रत्येक व्यक्ति को दो मिलेंगे और दो बचे रहेंगे और यदि तुम इसे दो बराबर भागों में विभाजित करना चाहते हो तो प्रत्येक व्यक्ति को तीन मिलेंगे।

पूनम : तो इसका मतलब तो सभी संख्याएं विषम भी हुई।

रोहित : नहीं, मैं यह नहीं कह रहा कि सभी संख्याएँ विषम हैं, लेकिन-

टीना : तब कौन सी संख्याएँ विषम नहीं हैं?

रोहित : दो, चार विषम नहीं है, छह विषम या सम हो सकता हैं ;आठ विषम नहीं है।

बच्चे : हमें साबित कर के बताओ कि छह विषम हो सकता है। कक्षा के सभी बच्चे रोहित की बात को समझना चाहते थे।

रोहित : ठीक है।

शिक्षक : क्या हर कोई समझना चाहता है कि रोहित क्या कहने की कोशिश कर रहा है ? वह कह रहा है कि छह सम हो सकता है या विषम भी हो सकता है। खैर देखें कि वह क्या साबित करने जा रहा है और फिर आप उससे इस बारे मे सवाल पूछ सकते हैं। रोहित : देखो ( बोर्ड पर एक लाइन खीचता है ), यह दो नंबर यहाँ पर। उसे वहाँ रखो। इसे यहाँ रखो। दो, दो और दो हैं और वह छह बना देगा।

मीनू : ओह ! मुझे पता है रोहित क्या कह रहा है । मुझे लगता है कि वह कह रहा है कि आपके पास दो के तीन समूह हैं और तीन एक विषम संख्या है इसलिए छह एक विषम संख्या और एक सम संख्या हो सकती है।

शिक्षक : क्या अन्य बच्चे इससे सहमत हैं ? क्या तुम यही कह रहे हो, रोहित ?

रोहित : जी हां ।

रीना : चलो देखते हैं , क्या मैं ढूंढ पाती हूं... मान लो दस। (बोर्ड पर रेखा खींचती है) एक, दो... और ये रहे दस गोले । अब उन्हें विभाजित कर देंगे । मान लीजिए कि मैं उन्हें दो से विभाजित करना चाहती हूं एक, दो... अच्छा देखो- एक, दो, तीन, चार, पाँच। क्योंकिं 5 समूह बन रहे है इसलिए यह एक सम और विषम संख्या दोनों हैं।

यह बात जो रोहित ने उठाई थी , एक या दो बच्चे समझने लगे थे कि वह ऐसा क्यों कह रहा है । पूरी कक्षा का अभी भी साथ होना बाकी था पर शिक्षक ने हार नहीं मानी और इसे मुद्दे पर चर्चा काफी देर तक जारी रही ।

कक्षा में बच्चों ने विषम संख्या की परिभाषा को स्पष्ट किया । शॉन ( रोहित ) और मेई ( रीना ) द्वारा पहचानी गई संख्याओं के पैटर्न को देखने और चर्चा के मौके प्राप्त हुए । उन्होंने यह भी देखा कि यह पैटर्न हर चौथी संख्या में है – ६, १०, १४, १८... । इन सख्याओं को जो कि सम संख्याओं के सबसेट हैं– शॉन नंबर्स कह कर संबोधित किया गया। हालाँकि मॉड्यूलर अंकगणित में, ४ से भाग देने पर शेषफल २ ही रहेगा और ये वे पूर्ण संख्याएं हैं जिन्हें दो वर्गों के अंतर के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता।

कक्षा में इन संख्याओं को शॉन नंबर कहकर संबोधित किया गया ।ऐसी सम संख्याएं जिनमें दो - दो के जोड़े विषम हैं जैसे 10 में दो-दो के पांच जोड़े हैं।

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-Noncommercial-No Derivative Works Version 3.0 United States License: http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/us/© 2010 Mathematics Teaching and Learning to Teach • University of Michigan School of Education

